Distribución de Poisson

*Si **n** es grande y **p** es chico, las probabilidades binomiales se determinan en forma aproximada por la formula que corresponde a la distribución de Poisson. El único requisito para usar la distribución de Poisson es que se trate de <u>variable aleatorias</u> y de eventos <u>independientes</u>.*

Características:
En este tipo de experimentos los éxitos buscados son expresados por unidad de área, tiempo, pieza, etc,:

- *Número de defectos de una tela por m^2*
- *Número de aviones que aterrizan en un aeropuerto por día, hora, minuto, etc.*
- *Número de bacterias por cm^2 de cultivo*
- *Número de llamadas telefónicas a un conmutador por hora, minuto, etc.*
- *Número de llegadas de embarcaciones a un puerto por día, mes, etc.*
- *Cuando un banco espera recibir seis cheques sin fondo por día.*
- *Cuando se espera 1.6 accidentes por día en un crucero de mucha circulación.*
- *Cuando se espera que haya 12 piezas pequeñas de carne de un pastel de carne.*
- *Cuando se espera que haya 5.2 imperfecciones por rollo de tela.*
- *Cuando se espera que el gerente de un refugio reciba 0.3 quejas por visitante.*
- *El número de llamadas recibidas en un conmutador telefónico durante un periodo corto de tiempo.*
- *El número de fallas de una máquina en un día determinado.*
- *El número de ventas hechas por un agente de bienes raíces en un determinado tiempo.*

Para determinar la probabilidad de que ocurran x éxitos por unidad de tiempo, área, o producto, la fórmula a utilizar sería:

$$p(x,\lambda) = \frac{\lambda^x \varepsilon^{-\lambda}}{x!}$$

Donde:

$p(x, \lambda)$ = probabilidad de que ocurran x éxitos, cuando el número promedio de ocurrencia de ellos es λ

λ = media o promedio de éxitos por unidad de tiempo, área o producto $\lambda = np$

$\varepsilon = 2.718$

x = variable que nos denota el número de éxitos que se desea que ocurra

La media: La varianza

$$\mu = \lambda \qquad \sigma^2 = \lambda$$

Hay que hacer notar que en esta distribución el número de éxitos que ocurren por unidad de tiempo, área o producto es totalmente al azar y que cada intervalo de tiempo es independiente de otro intervalo dado, así como cada área es independiente de otra área dada y cada producto es independiente de otro producto dado.

Ejemplo

Si un banco recibe en promedio 6 cheques sin fondo por día, ¿cuáles son las probabilidades de que reciba:

a) *cuatro cheques sin fondo en un día dado,*
b) *10 cheques sin fondos en cualquiera de dos días consecutivos?*

a) *x = variable que nos define el número de cheques sin fondo que llegan al banco en un día cualquiera = 0, 1, 2, 3, ..., etc.*
λ = 6 cheques sin fondo por día

$$p(x=4,\lambda=6)=\frac{(6)^4(2.718)^{-6}}{4!}=\frac{(1296)(0.00248)}{24}=0.13392$$

b) *x= variable que nos define el número de cheques sin fondo que llegan al banco en dos días consecutivos = 0, 1, 2, 3, ..., etc., etc.*
λ= 6 x 2 = 12 cheques sin fondo en promedio que llegan al banco en dos días consecutivos
Nota: λ siempre debe de estar en función de x siempre o dicho de otra forma, debe "hablar" de lo mismo que x.

$$p(x=10,\lambda=12)=\frac{(12)^{10}(2.718)^{-12}}{10!}=0.104953$$

Ejemplo

En la inspección de hojalata producida por un proceso electrolítico continuo, se identifican 0.2 imperfecciones en promedio por minuto. Determine las probabilidades de identificar.

a) *una imperfección en 3 minutos.*
b) *al menos dos imperfecciones en 5 minutos.*
c) *cuando más una imperfección en 15 minutos.*

a) x = variable que nos define el número de imperfecciones en la hojalata por cada 3 minutos = 0, 1, 2, 3, ...,

λ= (0.2)(3) =0.6 imperfecciones en promedio por cada 3 minutos en la hojalata

$$p\left(x=1,\lambda=0.6\right)=\frac{\left(0.6\right)^{1}\left(2.718\right)^{-0.6}}{1!}=0.329307$$

b) x = variable que nos define el número de imperfecciones en la hojalata por cada 5 minutos = 0, 1, 2, 3, ..., etc., etc.

λ= (0.2)(5) =1 imperfección en promedio por cada 5 minutos en la hojalata

$$p\left(x=2,3,4,etc...\lambda=1\right)=1-p(x=0,1,\lambda=1)=1-\left[\frac{\left(1\right)^{0}\left(2.718\right)^{-1}}{0!}+\frac{\left(1\right)^{1}\left(2.718\right)^{-1}}{1!}\right]=0.26416$$

c) x = variable que nos define el número de imperfecciones en la hojalata por cada 15 minutos = 0, 1, 2, 3, ..., etc.

λ = 0.2 x 15 = 3 imperfecciones en promedio por cada 15 minutos en la hojalata

$$p\left(x=0,1,\lambda=3\right)=p\left(x=0,\lambda=3\right)+p\left(x=1,\lambda=3\right)=\frac{\left(3\right)^{1}\left(2.718\right)^{-3}}{0!}+\frac{\left(3\right)^{1}\left(2.718\right)^{-3}}{1!}=0.1992106$$