



**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CELAYA**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA**

**“ANÁLISIS DEL EFECTO DE DISPOSITIVOS  
VENTURI EN LA PRODUCCIÓN DE GAS EN POZOS  
CON ARRASTRE Y ACUMULACIÓN  
DE LÍQUIDOS”**

**POR:**

**EFRAÍN QUIROZ PÉREZ**

**TESIS PRESENTADA AL DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA  
COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE:**

**MAESTRO EN CIENCIAS  
EN INGENIERÍA QUÍMICA**

**CELAYA, GTO., NOVIEMBRE 2011**

"2011, Año del Turismo en México"



SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN SUPERIOR  
DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN SUPERIOR TECNOLÓGICA  
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CELAYA

SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA



Celaya, Gto., 2011-NOVIEMBRE-23

DEPTO. DE INGENIERÍA QUÍMICA  
Oficio No. 312/2011

Asunto: Aprobación de Impresión  
Tesis de MAESTRIA

**DRA. GLORIA MARÍA MARTÍNEZ GONZÁLEZ**  
JEFA DE DEPARTAMENTO DE ING. QUÍMICA  
PRESENTE

De acuerdo con la convocatoria hecha por esa Jefatura a su cargo, con el fin de determinar la Aprobación de Impresión del Proyecto de MAESTRIA, titulado:

**"ANÁLISIS DEL EFECTO DE DISPOSITIVOS VENTURI EN LA PRODUCCIÓN DE GAS EN POZOS CON ARRASTRE Y ACUMULACIÓN DE LIQUIDOS"**

El C. **EFRAÍN QUIROZ PÉREZ**, comunica a usted que esta Comisión Revisora de Tesis ha tenido a bien aprobar la impresión de este trabajo.

Lo anterior, para los efectos consiguientes.

Atentamente  
"La Técnica por un México Mejor"

Dr. Richart Vázquez Román  
Presidente

Dr. Vicente Rico Ramírez  
Secretario

Dr. Alejandro Estrada Baltazar  
Vocal

Dr. J. Francisco Javier Alvarado  
Vocal Suplente



SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA  
DIRECCION GENERAL DE  
INSTITUTOS TECNOLOGICOS  
DEPTO. DE ING. QUIMICA  
TECNOLOGICO DE CELAYA

RVR/VRR/AEB/JFJA/crt\*



Av. Tecnológico y A. García Cubas S/N A.P. 57 C.P. 38010 Celaya, Gto.  
Conmutador: 01 (461) 611 75 75 Fax: 611 79 79 e-mail: [lince@itc.mx](mailto:lince@itc.mx)  
[www.itc.mx](http://www.itc.mx)



# **ANÁLISIS DEL EFECTO DE DISPOSITIVOS VENTURI EN LA PRODUCCIÓN DE GAS EN POZOS CON ARRASTRE Y ACUMULACIÓN DE LÍQUIDOS**

**EFRAÍN QUIROZ PÉREZ**  
**MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA QUÍMICA**

## **RESUMEN**

El arrastre excesivo y la acumulación de líquidos en pozos de gas representan una problemática que se traduce en un aumento en los costos de producción. En muchos casos, las tecnologías innovadoras para el control del agua pueden significar una reducción en estos costos y un aumento en la producción de los hidrocarburos pero, si no se tiene una idea clara de la fenomenología involucrada, las oportunidades de optimizar el proceso podrían verse limitadas. Es por ello que el objetivo general de este trabajo consiste en proporcionar un análisis teórico del comportamiento de los dispositivos tipo Venturi tras su implementación en pozos de gas que experimentan el problema descrito. Para cumplir con este objetivo, primeramente se efectuó la simulación en Aspen Plus® de 2 pozos de gas con producción de agua en los cuales se había instalado el dispositivo Venturi, comparando los perfiles de presión calculados con los perfiles de presión reportados. A partir de los resultados obtenidos, los cuales reprodujeron en buena medida el comportamiento real de los pozos, se pudo establecer que el patrón de flujo existente en los pozos correspondía a un tipo neblina, el cual representa un menor requerimiento en la presión de empuje que una columna de líquido estancada. Posteriormente, se realizó la simulación en ANSYS® CFX del flujo gas-líquido a través del dispositivo Venturi. A partir de los resultados obtenidos se pudo establecer primeramente que el mecanismo por el cual el dispositivo Venturi logra un incremento en la fracción volumétrica en la mezcla que entra al mismo se asocia a la formación de burbujas de diámetro menor, las cuales se compactan mejor entre sí y fluyen a través de la región central del pozo. Este fenómeno se asemeja al patrón de flujo tipo neblina. Además, se observó que el dispositivo funciona de manera similar a un eyector cuando el gas inyectado a la columna de agua alcanza la garganta del mismo.

**DIRIGIDA POR:**  
**DR. RICHART VÁZQUEZ ROMÁN**

# **DEDICATORIAS**

## **A DIOS:**

Por permitirme llegar con bienestar hasta este día y concluir con éxito esta etapa de mi vida profesional.

## **A MIS PADRES:**

Sr. Brigido Quiroz Castillo y Sra. Raquel Pérez Mauricio, por todo su amor y cariño incondicional, y porque a lo largo de mi vida siempre me han apoyado en todos mis proyectos y decisiones, lo cual ha significado mucho para mí. Ustedes han sido para mí un ejemplo de esfuerzo y dedicación que me ha impulsado a ser una mejor persona con muchos deseos de superación, por lo cual, este logro profesional es también para ustedes. Gracias.

## **A MIS HERMANOS:**

José Juan, María Reyes, María Cruz, Eduardo, Sonia, Luis Humberto, Liliana y Cecilia, porque juntos hemos compartido muchas experiencias, buenas y malas, pero siempre juntos y como familia, y porque cada uno representa una parte muy importante de mi vida. Gracias por su cariño y por su apoyo.

## **A MIS SOBRINOS:**

Lucía del Carmen (Lucy), Felipe de Jesús (Felipín), José de Jesús (Pepe Chuy), Guadalupe Sarahí (Lupita), Diego, Diana, José Juan, Francisco Javier (Paco), Melanie Estefanía, Jesús Eduardo (Lalito) y María Fernanda (MaryFer) por las alegrías que han aportado a nuestra familia a través de los años.

## **AGRADECIMIENTOS**

Al Dr. Richart Vázquez Román, por aceptarme en su grupo de trabajo y por apoyarme siempre durante el desarrollo de este proyecto de investigación. Gracias por proporcionarme el material bibliográfico necesario y por su paciencia en la revisión y corrección de mi trabajo final.

A los Dres. Vicente Rico Ramírez y Alejandro Estrada Baltazar, por formar parte de mi comisión revisora y por sus valiosos comentarios y sugerencias, tanto en mis avances de tesis como en el presente trabajo.

Al M.I. Raúl Lesso Arroyo, por su asesoría en el manejo y comprensión del software CFD ANSYS® CFX, lo cual permitió la conclusión exitosa de este trabajo.

Al M.C. Víctor Manuel Barragán Hernández, por proporcionar la definición del problema de estudio y los datos reales para los pozos productores, los cuales sentaron las bases para el desarrollo de este trabajo y para la validación de los resultados obtenidos en el mismo.

A todo el personal administrativo del Departamento de Ingeniería Química del Instituto Tecnológico de Celaya, por asistirme en los trámites que se me presentaron durante mi estancia en el posgrado y durante mi titulación.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por proporcionarme el apoyo económico durante mi estancia en la Maestría en Ciencias en Ingeniería Química del Instituto Tecnológico de Celaya.

# ÍNDICE

<b>Índice</b>	iii
<b>Lista de tablas</b>	vii
<b>Lista de figuras</b>	ix
<b>Nomenclatura</b>	xi
<b>1 Introducción</b>	1
1.1 Generalidades	2
1.2 Justificación	3
1.3 Objetivos	4
1.4 Estructura de la tesis	5
<b>2 Antecedentes</b>	6
2.1 Flujo multifásico en pozos de gas	7
2.1.1 Patrones de flujo vertical ascendente	7
2.2 Definición de variables en flujo multifásico	11
2.2.1 Factores de ponderación	12
2.2.2 Velocidades	13
2.2.3 Propiedades de los fluidos	14
2.3 Cálculo de la caída de presión en flujos multifásicos	16
2.4 Método de Beggs y Brill	17
2.4.1 Predicción de los patrones de flujo	19

2.4.2	Predicción de la fracción volumétrica de la fase líquida	21
2.4.3	Predicción del factor de fricción	23
2.5	Simulación CFD de flujos multifásicos	25
2.6	Revisión de los estudios sobre flujos gas-líquido a través de conductos y tubos tipo Venturi	25
<b>3</b>	<b>Modelado matemático y solución en CFD del flujo gas-líquido a través del dispositivo Venturi</b>	<b>28</b>
3.1	Introducción a la simulación en CFD de flujos con burbujas	29
3.2	Ecuaciones para flujos turbulentos	29
3.2.1	Ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo ( <i>RANS</i> )	30
3.2.2	Modelo de viscosidad de remolino	31
3.3	Enfoque Euleriano-Euleriano	31
3.3.1	Modelo Euleriano	32
3.4	Modelos de la transferencia de momentum interfacial	34
3.4.1	Fuerzas de arrastre	35
3.4.2	Fuerzas de ascenso	38
3.4.3	Fuerza de masa virtual	38
3.4.4	Fuerza de lubricación en la pared	40
3.4.5	Fuerza de dispersión turbulenta	42
3.5	Modelado de la turbulencia	43
3.5.1	Modelo RNG $k-\varepsilon$ (fase líquida)	44
3.5.2	Modelo de cero ecuaciones (fase gaseosa)	45
3.6	Modelado del tamaño y distribución de las burbujas	46
3.6.1	Modelado de la coalescencia entre las burbujas	47
3.6.2	Modelado del rompimiento de las burbujas	50
3.7	Discretización de las ecuaciones gobernantes	52
3.7.1	Funciones de forma	55
3.7.2	Término transitorio	57
3.7.3	Términos difusivos	58
3.7.4	Término convectivo	58

3.7.5	Término fuente	61
3.7.6	Acoplamiento presión-velocidad	62
3.8	Método de solución: el resolvedor acoplado	62
3.8.1	Solución de las ecuaciones lineales	64
3.8.2	Método de Multimalla Algebraico	65
3.8.3	Procedimiento de normalización de residuales	67
<b>4</b>	<b>Simulación en Aspen Plus® de los pozos de gas con producción de agua: metodología y resultados</b>	<b>68</b>
4.1	Metodología para la simulación en Aspen Plus® de un pozo de gas con producción de agua	69
4.1.1	Construcción del modelo para el pozo de gas con producción de agua	69
4.1.2	Selección de los componentes y del método de propiedades para el modelo	70
4.1.3	Introducción de los datos para las corrientes de entrada	72
4.1.4	Especificaciones de los bloques de operaciones unitarias	73
4.1.5	Creación de una especificación de diseño para la presión en la superficie	74
4.2	Análisis de resultados	75
4.2.1	Producción de gas seco	76
4.2.2	Producción simultánea de gas y agua	77
4.2.3	Resultados para un segundo pozo productor	79
<b>5</b>	<b>Simulación en ANSYS® CFX del flujo gas-líquido a través del dispositivo Venturi: metodología y resultados</b>	<b>82</b>
5.1	Metodología para la simulación en ANSYS® CFX del flujo gas-líquido a través del dispositivo Venturi	83
5.1.1	Generación de la geometría del dispositivo Venturi	83
5.1.2	Mallado del dominio computacional	84
5.1.3	Definición del dominio: especificación de modelos y de las condiciones frontera e iniciales (estado transitorio)	85



5.1.4	Definición del dominio: especificación de modelos y de las condiciones frontera (estado estable)	94
5.2	Resultados y discusión (simulación transitoria)	95
5.2.1	Caída de presión en la sección inferior del dispositivo Venturi	95
5.2.2	Distribución del gas y del agua a través del dispositivo Venturi	96
5.3	Resultados y discusión (simulación en estado estable)	97
5.3.1	Perfiles de presión a través del dispositivo Venturi	98
5.3.2	Perfiles de velocidad del gas y del agua	99
5.3.3	Perfiles de la fracción volumétrica del gas	100
5.3.4	Distribución del diámetro de las burbujas	102
<b>6</b>	<b>Conclusiones y recomendaciones</b>	<b>104</b>
6.1	Conclusiones	105
6.2	Recomendaciones	106
	<b>Referencias</b>	<b>107</b>

## LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1	Coefficientes empíricos para el cálculo de la fracción volumétrica (Brill y Mukherjee, 1999)	22
Tabla 2.2	Coefficientes empíricos para la estimación del parámetro $C$ (Brill y Mukherjee, 1999)	23
Tabla 3.1	Modelos para la estimación del coeficiente $C_D$ implementados en ANSYS® CFX	37
Tabla 3.2	Modelos para la estimación del coeficiente $C_L$ implementados en ANSYS® CFX	39
Tabla 3.3	Modelos para la estimación del coeficiente $C_{WL}$ implementados en ANSYS® CFX	41
Tabla 3.4	Valores de las constantes del modelo $k-\varepsilon$	45
Tabla 4.1	Datos de entrada para las corrientes de gas y agua en el fondo del pozo	72
Tabla 4.2	Especificaciones de los bloques que integran el modelo del pozo de gas	73
Tabla 4.3	Datos proporcionados para la especificación de diseño en el modelo del pozo de gas	75
Tabla 4.4	Datos de entrada para la simulación del pozo C1 en Aspen Plus®	80
Tabla 5.1	Especificación de las propiedades del agua	86
Tabla 5.2	Especificación de las propiedades del gas	86
Tabla 5.3	Especificaciones para el análisis transitorio	86
Tabla 5.4	Especificaciones generales del dominio	87
Tabla 5.5	Especificaciones del gas como fluido polidisperso	88
Tabla 5.6	Especificación de los modelos fluido-fluido para el sistema Gas	

	Natural-Agua	89
Tabla 5.7	Especificaciones para la entrada del gas	90
Tabla 5.8	Especificaciones para la salida de la mezcla gas-agua	90
Tabla 5.9	Especificaciones para la pared del dispositivo Venturi	91
Tabla 5.10	Especificaciones para la inicialización del dominio	93
Tabla 5.11	Especificaciones para el resolvedor (transitorio)	93
Tabla 5.12	Especificaciones para la entrada del agua	94
Tabla 5.13	Especificaciones para el resolvedor (estado estable)	94
Tabla 5.14	Caídas de presión en la sección de tubería inferior del dispositivo Venturi a diferentes tiempos	95

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Esquema de un eyector utilizado para la remoción de líquidos en pozos de gas	3
Figura 2.1	Patrones de flujo verticales (Mokhatab <i>et al.</i> , 2006)	8
Figura 2.2	Mapa de patrones de flujo propuesto por Duns y Ros (1963)	10
Figura 2.3	Mapa de patrones de flujo propuesto por Taitel y Dukler (1976)	11
Figura 2.4	Patrones de flujo horizontales (Mokhatab <i>et al.</i> , 2006)	19
Figura 2.5	Mapa de patrones de flujo desarrollado por Beggs y Brill (Mokhatab <i>et al.</i> , 2006)	20
Figura 3.1	Componentes de una malla para el método del volumen finito (ANSYS® CFX, 2009)	53
Figura 3.2	Volúmenes de control en el método del volumen finito (ANSYS® CFX, 2009)	54
Figura 3.3	Elemento tetraédrico de una malla (ANSYS® CFX, 2009)	56
Figura 3.4	Comportamiento de los gradientes espaciales para el esquema upwind de primer orden (ANSYS® CFX, 2009)	60
Figura 3.5	Comportamiento de los gradientes espaciales para el esquema de valores especificados (ANSYS® CFX, 2009)	60
Figura 3.6	Algoritmo de solución empleado por ANSYS® CFX (ANSYS® CFX, 2009)	64
Figura 3.7	Engrosamiento progresivo de la malla en el método multimalla (ANSYS® CFX, 2009)	66
Figura 4.1	Modelo del pozo de gas en el ambiente de simulación de Aspen Plus®	70
Figura 4.2	Ventanas en Aspen Plus® para la especificación de componentes y modelos de propiedades	71

Figura 4.3	Comparación entre el perfil de presiones reportado y el perfil calculado sin considerar la producción de agua	76
Figura 4.4	Comparación entre el perfil de presiones reportado y el perfil calculado sin considerar la producción de agua	77
Figura 4.5	Ventana de resultados de Aspen Plus® que muestra el patrón de flujo presente en el último tramo del pozo	78
Figura 4.6	Comparación entre el perfil de presiones reportado y los perfiles calculados considerando distintas tasas de producción de agua	79
Figura 4.7	Comparación entre el perfil de presiones reportado y los perfiles calculados considerando distintas tasas de producción de agua en el pozo C1	81
Figura 5.1	Geometría en 3D del dispositivo Venturi creada en el software Design Modeler®	83
Figura 5.2	Malla del dominio computacional del dispositivo Venturi creada en CFX-Mesh	84
Figura 5.3	Columna de agua estancada en el segmento de tubería inferior del dispositivo Venturi	91
Figura 5.4	Variación con el tiempo de la distribución de las fracciones volumétricas del gas y del agua en el dispositivo Venturi	96
Figura 5.5	Perfiles de presión a través del dispositivo Venturi	98
Figura 5.6	Perfiles de velocidad del gas a través del dispositivo Venturi	99
Figura 5.7	Perfiles de velocidad del agua a través del dispositivo Venturi	99
Figura 5.8	Perfiles de fracción volumétrica a través del dispositivo Venturi	101
Figura 5.9	Histogramas de la distribución del diámetro de burbujas en el dispositivo Venturi	102

## NOMENCLATURA

$a, b, c, d, e, f, g,$	Constantes del método de Beggs y Brill (1973)
$h, C$	
$a_p$	Coefficiente representativo del volumen de control en el cálculo de $\tilde{r}_\phi$
$A$	Matriz de coeficientes en el sistema lineal de ecuaciones discretas
$A_p$	Área de sección transversal de un pozo
$b$	Término matricial derecho en el sistema lineal de ecuaciones discretas
$B_B$	Tasa de natalidad de burbujas debido al rompimiento
$D_B$	Tasa de mortalidad de burbujas debido al rompimiento
$B_C$	Tasa de natalidad de burbujas debido a la coalescencia
$D_C$	Tasa de mortalidad de burbujas debido a la coalescencia
$C_{gl}$	Coefficiente interfacial para un sistema gas-líquido
$C_D$	Coefficiente de arrastre
$C_L$	Coefficiente de ascenso
$C_{TD}$	Coefficiente de dispersión turbulenta
$C_{WL}$	Coefficiente de lubricación de pared
$C_{w1}, C_{w2},$	Constantes para el cálculo de $C_{WL}$ en el modelo de Antal <i>et al.</i> (1991)
$C_{wc}, C_{wd}, p$	Constantes para el cálculo de $C_{WL}$ en el modelo de Frank <i>et al.</i> (2008)
$d$	Diámetro
$E$	Energía cinética
$E_o$	Número de Eotvos
$f$	Coefficiente o factor de fricción
$f_i$	Fracción volumétrica de las burbujas de diámetro $i$
$f_n$	Factor de normalización para $f$
$f_\mu$	Constante de proporcionalidad en el modelo de cero ecuaciones

$\vec{F}$	Fuerza interfacial
$F_B$	Parámetro de calibración del modelo de Luo y Svendsen (1996)
$F_{CT}$	Factor de calibración en el modelo de Prince y Blanch (1990)
Fr	Número de Froude
$g(m_i, m_j)$	Tasa de ruptura de burbujas de diámetro $i$ en burbujas de diámetro $j$
$g$	Aceleración de la gravedad
$h$	Entalpía
$h_0$	Espesor inicial de la película de líquido entre dos burbujas
$h_f$	Espesor crítico de la película de líquido entre dos burbujas al romperse
$H$	Fracción volumétrica en condiciones de deslizamiento en el método de Beggs y Brill (1973)
$H, J, v_T$	Parámetros para el cálculo de $C_D$ en el modelo de Grace (1978)
$k$	Energía cinética turbulenta
$l_t$	Escala de longitud turbulenta
$L$	Longitud de un pozo
$m_i, m_j$	Masa de burbujas de diámetros $i$ e $j$ , respectivamente
$M$	Número de Morton
$n_i$	Densidad de partículas del grupo de diámetro $i$
$\vec{n}_w$	Vector normal a la pared
$N_i$	Función de forma para el nodo $i$ en un volumen de control de la malla
$N_{vl}$	Número de velocidad de la fase líquida
$N_{vg}$	Número de velocidad de la fase gaseosa
$p$	Presión
$P$	Tasa de producción de turbulencia debido a esfuerzos viscosos
$q$	Flujo volumétrico
$Q_{ij}$	Tasa de colisión entre dos burbujas de diámetro $i$ e $j$
$r_{ij}$	Radio equivalente de dos burbujas al coalescer
$r_\phi$	Residual de la variable $\phi$ en un volumen de control
$r^n$	Residual

$\tilde{r}_\phi$	Residual $r^n$ normalizado
Re	Número de Reynolds
$s$	Parámetro para el cálculo de $f/f_n$
$S$	Término fuente en las ecuaciones de continuidad
$S_{ij}$	Área de sección transversal de las burbujas colisionantes
$S_\phi$	Término fuente para $\phi$ en las ecuaciones de transporte
$t$	Tiempo
$t_{ij}$	Tiempo de coalescencia entre dos burbujas de diámetros $i$ e $j$
$v$	Velocidad
$V_i$	Volumen ocupado por una fase $i$
$V_D$	Volumen de fluido en un dominio
$x_g$	Fracción másica de la fase gaseosa
$y$	Parámetro para el cálculo de $f/f_n$
$y_w$	Distancia normal del centro de un volumen de control desde la pared

### *Subíndices*

eff	Efectiva
$g$	Gas
$k$	Término de energía cinética
$l$	Líquido
$m$	Mezcla
$P$	Partícula
ref	Condiciones de referencia
$s$	Condición de deslizamiento
$S$	Superficial
$t$	Turbulento
(0)	Condición de flujo horizontal en el método de Beggs y Brill (1973)



### *Superíndices*

$D$	Arrastre interfacial
$L$	Ascenso
$TD$	Dispersión turbulenta
$VM$	Masa virtual o agregada
$WL$	Lubricación en la pared
$0$	Valor previo de una variable en el acoplamiento presión-velocidad

### *Letras griegas*

$\alpha$	Fracción volumétrica
$\beta$	Factor de combinación en la discretización del término convectivo
$\beta, J'(\varepsilon), \varepsilon$	Parámetros para el cálculo de $C_L$ en el modelo de Legendre y Magnaudet (1998)
$\delta_{ij}$	Función delta de Kronecker
$\phi$	Denominación para cualquier variable en las ecuaciones de transporte
$\phi_i$	Valor de la variable $\phi$ en el nodo $i$ en un volumen de control de la malla
$\phi_{ip}$	Valor de la variable $\phi$ en un punto de integración
$\phi_{\min}$	Valor mínimo de $\phi$ en el cálculo de $\beta$ en el esquema de alta resolución
$\phi_{\max}$	Valor máximo de $\phi$ en el cálculo de $\beta$ en el esquema de alta resolución
$\phi_{up}$	Valor de la variable $\phi$ en un nodo adyacente al nodo de integración
$\phi^n$	Solución de la variable $\phi$ para el paso de tiempo actual, $n$
$\phi^{n-1}$	Solución de la variable $\phi$ para el paso de tiempo previo a $n$
$\phi^{n-2}$	Solución de la variable $\phi$ para el paso de tiempo previo a $n - 1$
$\varepsilon$	Tasa de disipación de energía turbulenta
$\zeta$	Tamaño adimensional de remolino considerando turbulencia isotrópica
$\eta_{ij}$	Eficiencia de colisión entre burbujas de diámetro $i$ e $j$
$\lambda$	Fracción volumétrica en condiciones de no deslizamiento en el método de Beggs y Brill (1973)
$\mu$	Viscosidad molecular

$\mu_t$	Viscosidad turbulenta
$\theta$	Ángulo de inclinación de un pozo
$\theta_{ij}^B$	Contribución de la flotación a la tasa de coalescencia de las burbujas
$\theta_{ij}^{LS}$	Contribución del corte laminar a la tasa de coalescencia de las burbujas
$\theta_{ij}^T$	Contribución turbulenta a la tasa de coalescencia de las burbujas
$\rho$	Densidad
$\sigma$	Tensión interfacial de un sistema gas-líquido
$\sigma_t$	Número de Schmidt de turbulencia
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2},$	Constantes del modelo de turbulencia RNG $k-\varepsilon$
$C_\mu, \beta_{RNG}$	
$\varphi$	Vector solución del sistema de ecuaciones lineales discretizadas
$\varphi^n$	Aproximación inicial del vector solución $\varphi$
$\varphi^{n+1}$	Solución posterior a la corrección de $\varphi^n$ utilizando $\varphi'$
$\varphi'$	Corrección a la aproximación del vector solución $\varphi, \varphi^n$
$\tau_{ij}$	Tiempo de contacto entre dos burbujas que colisionan de diámetros $i$ e $j$
$\chi$	Energía crítica adimensional para el rompimiento de las burbujas
$\omega$	Vorticidad
$\nu_t$	Viscosidad de remolino
$\Gamma_\phi$	Coefficiente de difusión para $\phi$ en las ecuaciones de transporte
$\vec{\Delta r}$	Vector de conexión entre un punto de integración y su nodo vecino
$\Delta t$	Intervalo o paso de tiempo
$\Delta\phi$	Intervalo representativo de la variable $\phi$ en la evaluación de residuales
$\nabla$	Gradiente

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se describe el fenómeno de arrastre y acumulación de líquidos en pozos de gas, incluyendo las causas que lo originan, así como las consecuencias que provoca en la producción de los pozos, y la descripción de una de las alternativas implementadas para solucionar esta problemática. Dado que esto último representa la base de este trabajo de investigación, se presentan la justificación y los objetivos planteados, además de la estructura del mismo.

---

## 1.1 GENERALIDADES

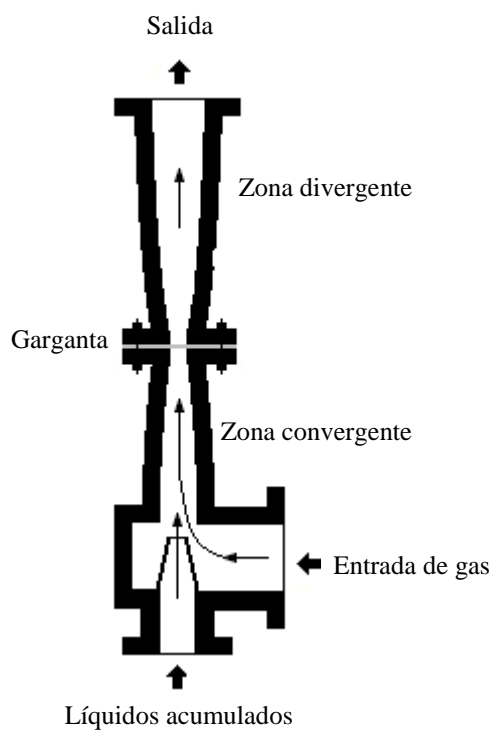
Prácticamente todos los yacimientos de gas natural a nivel mundial están rodeados por rocas permeables saturadas de agua llamadas acuíferos, cuya importancia se remarca cuando el gas es producido por un mecanismo de *empuje hidráulico*. Este mecanismo puede explicarse como sigue: conforme el gas se va produciendo en un yacimiento y la presión de este último disminuye, se crea una diferencia de presión desde el acuífero circundante al yacimiento, ante lo cual, el acuífero reacciona compensando esta caída de presión mediante una intrusión de agua al yacimiento y posteriormente al pozo, estabilizando la presión del mismo y normalizando la producción del gas, ahora acompañado del agua infiltrada (Ahmed, 2002).

El agua infiltrada no representa mayor problema hasta que esta, junto con los gases condensados preexistentes, se produce en exceso o se acumula en el fondo del pozo. Lo anterior ocurre debido a que, cuando existe arrastre de líquidos hacia la superficie, se tiene una mezcla más pesada, la cual demanda un mayor requerimiento de la presión de empuje del yacimiento. Del mismo modo, si se tiene acumulación de líquidos en el fondo del pozo, eventualmente se forma una columna de líquido y la energía suministrada por el yacimiento para vencer la presión hidrostática de dicha columna es insuficiente, resultando en el agotamiento del yacimiento y la consecuente interrupción en la producción de gas (Fanchi, 2005). Otras consecuencias derivadas de esta problemática se traducen en un aumento de los costos de levantamiento con el fin de suministrar energía adicional al yacimiento, bombeo y separación gas/líquido en la superficie (Bailey et. al, 2000). Actualmente, este problema ha representado un reto para las compañías productoras y los ingenieros de proceso dado que, a pesar de que los hidrocarburos son la principal fuente de energía, son un recurso finito y es necesario tener un mejor manejo y control de los factores que pueden limitar su producción.

Existen una gran variedad de soluciones técnicas que se han sugerido para resolver el problema de acumulación de líquidos en pozos de gas. Una de las más utilizadas consiste en la implementación de bombas sumergibles en las profundidades de los pozos. Sin embargo, debido a los altos costos de instalación y mantenimiento que representan, estos equipos pueden no ser económicamente rentables en pozos de baja producción (Sherwood et al., 2003). Por otra parte, se sabe que la producción de yacimientos de baja presión puede mejorarse por

---

medio de un esquema que consiste en la instalación de una bomba *jet* (o eyector) en los pozos. En este sistema, el eyector primeramente se instala a una profundidad en el pozo a el cual se sospecha que puede ocurrir la acumulación de líquidos. Posteriormente, se inyecta gas en la zona convergente del eyector, fluyendo en forma ascendente hasta alcanzar la garganta del mismo y ocasionando con esto que la presión en esta zona disminuya mientras que la velocidad del gas aumenta. Debido a este descenso en la presión, se genera la succión de los líquidos acumulados en el fondo del pozo, haciéndolos fluir hacia la superficie junto con el gas (Sherwood y Atkinson, 2004).



**Figura 1.1** Esquema de un eyector utilizado para la remoción de líquidos en pozos de gas

## 1.2 JUSTIFICACIÓN

En años recientes se dio una reducción gradual y un consecuente cese en la producción en algunos pozos de gas en los cuales, después de realizar algunas investigaciones, se concluyó que la causa de este fenómeno podría ser la producción en exceso de líquidos (en su mayoría agua), lo cual bloqueaba el flujo de gas dificultando el

---

empuje vertical a la superficie. Con el propósito de proporcionar una solución a esta problemática, se decidió instalar una serie de dispositivos “mejoradores de flujo” tipo Venturi en algunos pozos de gas que experimentaban el fenómeno descrito anteriormente. Después de la puesta en marcha de estos dispositivos, en conjunto con un sistema de levantamiento neumático que, a diferencia del sistema mostrado en la Figura 1.1, inyecta gas directamente en el agua acumulada en los pozos, se observó la estabilización e incremento en el flujo de gas producido, ahora con agua. Tomando únicamente este resultado como criterio de selección, se optó por la adquisición de este tipo de dispositivos para instalarlos en los pozos de gas que experimentaban arrastre y carga de líquidos.

Con base en lo anterior, y considerando que el entendimiento de la fenomenología relacionada al proceso descrito puede ser de utilidad para llevar a cabo la optimización del mismo, en este trabajo se presenta un análisis teórico del comportamiento de una mezcla gas/líquido a través de un dispositivo Venturi y el efecto de este último en la producción de gas de los pozos.

### **1.3 OBJETIVOS**

El objetivo general de este trabajo es proporcionar un análisis teórico del comportamiento de un dispositivo tipo Venturi tras su implementación en pozos de gas con arrastre y acumulación de líquidos, así como su efecto en la producción de los mismos. Para cumplir con este objetivo se plantean los siguientes objetivos particulares:

- Construir un modelo para el pozo productor en Aspen Plus®, considerando la producción simultánea de gas y agua tras la instalación del dispositivo Venturi en el mismo, con el fin de simular el comportamiento del flujo multifásico y obtener información sobre las caídas de presión y el patrón de flujo existente en el pozo.
- Desarrollar un modelo CFD del dispositivo Venturi en ANSYS® CFX con el fin de simular el comportamiento del flujo gas-líquido a través del mismo y obtener una noción teórica del efecto del dispositivo ante la acumulación y arrastre de líquidos en pozos de gas.

---

## 1.4 ESTRUCTURA DE LA TESIS

En este capítulo se ha presentado brevemente el origen del fenómeno de arrastre y acumulación de líquidos en pozos de gas, así como las consecuencias originadas y la descripción de una de las alternativas que existen para solucionar esta problemática. Además, se han presentado la justificación y los objetivos de este trabajo de investigación.

En el Capítulo 2 se presentan algunas generalidades del flujo multifásico en pozos de gas, incluyendo una descripción de los patrones de flujo presentes y del método de cálculo de la fracción volumétrica y del término de fricción en la ecuación de la caída de presión multifásica, además de una breve descripción del papel de la simulación CFD.

En el Capítulo 3 se describen los modelos utilizados para representar el comportamiento del flujo de burbujas de gas en agua a través del dispositivo Venturi. Dentro de esta descripción se presentan los balances de materia y de momentum para cada fase, los modelos para el cálculo de las fuerzas de transferencia de momentum interfacial, los modelos para el cálculo de la turbulencia en cada fase, y el modelo para el cálculo de la distribución de los tamaños de burbuja.

En el Capítulo 4 se presenta la metodología seguida para representar y simular en Aspen Plus® el comportamiento de 2 pozos de gas con producción de agua después de la instalación del dispositivo Venturi. Además, se presenta un análisis de la comparación entre las caídas de presión reportadas y las caídas de presión calculadas con el simulador, el cual incluye la determinación del patrón de flujo presente en los pozos productores.

En el Capítulo 5 se presenta la metodología empleada para modelar y simular el comportamiento del flujo de burbujas en agua a través del dispositivo Venturi. Los casos de estudio consistieron en una simulación transitoria en la cual se consideró una columna de agua estancada como condición inicial y una simulación en estado estable, en la cual se estableció un flujo continuo de gas y agua. El análisis de los resultados obtenidos al efectuar estas simulaciones, incluyendo los perfiles de presión, los perfiles de velocidad del gas y del agua, los perfiles de la fracción volumétrica del gas, y la distribución de los tamaños de las burbujas, también se presenta en este capítulo.

Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones y recomendaciones futuras de este trabajo de investigación.

## **CAPÍTULO 2**

### **ANTECEDENTES**

En este capítulo se presentan algunos conceptos generales del flujo multifásico en pozos de gas verticales, incluyendo la descripción de los patrones de flujo y la definición de algunas variables que se consideran en uno de los métodos más utilizados en el cálculo de la caída de presión en pozos con producción multifásica, el método de Beggs y Brill, el cual también se desarrolla. Este método constituye una base importante en la simulación en Aspen Plus® de los pozos de gas con producción de agua tras la implementación del dispositivo Venturi debido a que fue de utilidad en el cálculo de las caídas de presión y proporcionó los patrones de flujo existentes en los pozos. En este capítulo, también se presenta una breve descripción del papel de las técnicas CFD en el modelado y simulación de flujos multifásicos. Finalmente se expone la revisión bibliográfica correspondiente a los estudios experimentales y de simulación orientados al flujo multifásicos gas-líquido a través de tubos tipo Venturi y conductos.



---

## 2.1 FLUJO MULTIFÁSICO EN POZOS DE GAS

Cuando dos o más fases fluyen simultáneamente a través de un pozo, el comportamiento del flujo resultante puede llegar a ser mucho más complejo que el que se pudiera tener para un flujo en una sola fase. Los esfuerzos de corte en las paredes interiores del pozo son diferentes para cada fase como resultado de las diferencias entre sus propiedades, como la viscosidad y la densidad. Como consecuencia de esto, normalmente las fases líquida y gaseosa no fluyen a la misma velocidad a través del pozo. Para un flujo ascendente, la fase gaseosa, la cual es menos densa, menos viscosa y que posee una mayor compresibilidad, tiende a fluir a una mayor velocidad que la fase líquida, causando un fenómeno conocido como deslizamiento. Por otra parte, para flujo descendente la fase líquida casi siempre fluye mucho más rápido que la fase gaseosa (Brill y Mukherjee, 1999).

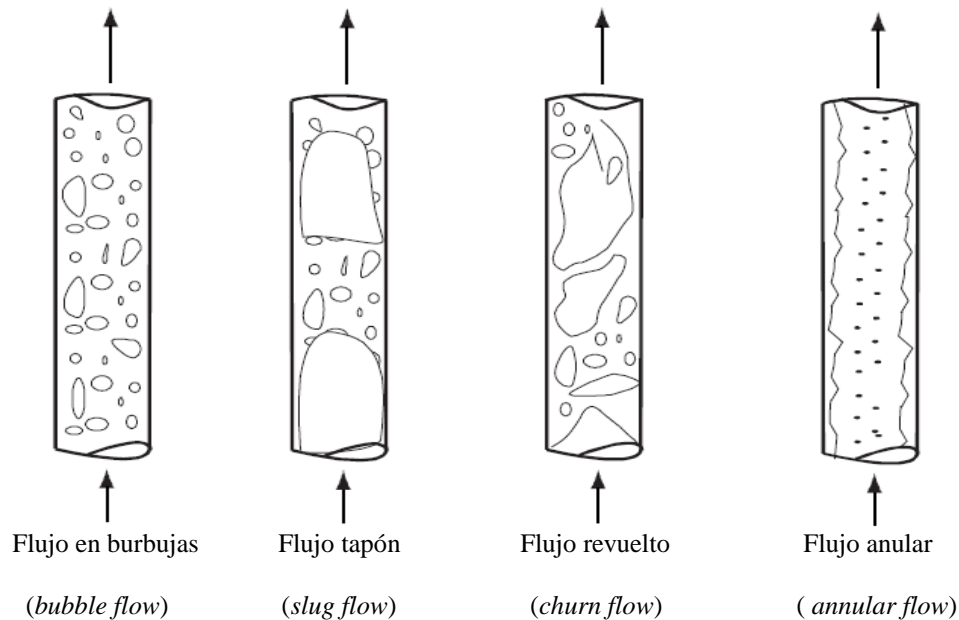
### 2.1.1 Patrones del flujo multifásico vertical ascendente

El fenómeno más distintivo del flujo multifásico es la variación en la distribución física de las fases a través de un conducto o pozo, una característica conocida como patrón de flujo o régimen de flujo. El patrón o los patrones de flujo multifásico que existen en un pozo dependen de la magnitud relativa de las fuerzas que actúan sobre los fluidos, como la turbulencia, la inercia y la tensión superficial. Estas fuerzas se ven influenciadas a su vez por algunos parámetros como las velocidades de flujo, el diámetro y ángulo de inclinación del pozo, y las propiedades hidrodinámicas de las fases. En el flujo gas-líquido vertical en forma ascendente, muchos investigadores han reconocido la existencia de cuatro patrones de flujo (Brill y Mukherjee, 1999): flujo en burbujas (*bubble flow*), flujo tapón (*slug flow*), flujo revuelto (*churn flow*) y flujo anular (*anular flow*). Estos patrones de flujo, mostrados esquemáticamente en la Figura (2.1), se describen brevemente a continuación:

**Flujo en burbujas (*bubble flow*).** El flujo en burbujas se caracteriza por una fase gaseosa uniformemente distribuida en una fase líquida continua. Con base en la presencia o ausencia de deslizamiento entre las dos fases, el flujo en burbujas puede ser clasificado ya sea en flujo burbujeante o flujo en burbujas dispersas. En el flujo burbujeante, un pequeño número de burbujas de gran tamaño se mueven más rápido que la fase líquida debido al

---

deslizamiento. En el flujo en burbujas dispersas, un gran número de burbujas pequeñas son transportadas por la fase líquida sin causar el movimiento relativo entre las dos fases.



**Figura 2.1** Patrones de flujo verticales (Mokhatab *et al.*, 2006)

**Flujo tapón (*slug flow*).** La mayor parte del gas presente en este tipo de flujo se mueve en forma de grandes burbujas en forma de bala con un diámetro que prácticamente ocupa toda el área de sección transversal de la tubería. Estas burbujas, conocidas como “burbujas de Taylor”, se mueven en forma ascendente y son separadas entre sí por tapones de líquido, los cuales también ocupan toda el área de sección transversal de la tubería, y que incluso pueden contener pequeñas burbujas de gas dispersas. Generalmente, la película líquida que rodea a las burbujas de Taylor puede moverse en forma descendente a bajas velocidades, a pesar de que el flujo neto de líquido fluya en forma descendente. En este tipo de flujo la velocidad de las burbujas de gas es mayor que la de la fase líquida.

**Flujo revuelto (*churn flow*).** El flujo revuelto es un flujo caótico de gas y líquido en el cual tanto la forma de las burbujas de Taylor como la de los tapones de líquido están distorsionadas. Aparentemente ninguna de las fases parece ser continua, ya que la continuidad del líquido en el tapón es repetidamente interrumpida por una alta concentración local del gas. El flujo revuelto se caracteriza por una dirección oscilatoria o alternada en el movimiento de la fase líquida.

---

**Flujo anular-neblina (*annular flow*).** El flujo anular se caracteriza por la continuidad axial de la fase gaseosa en un núcleo central con el líquido fluyendo en forma ascendente tanto en forma de una película delgada a través de la pared interior de la tubería, como en gotas dispersas en el núcleo gaseoso. A altas velocidades del flujo del gas más líquido llega a dispersarse en el núcleo, llegando incluso a dejar una capa muy delgada fluyendo a través de la pared interior de la tubería. El esfuerzo de corte interfacial que actúa en la interfase núcleo gaseoso/película líquida y la cantidad de líquido arrastrado en el núcleo gaseoso son parámetros importantes en el flujo anular.

Los patrones de flujo pueden predecirse a partir de un gráfico conocido como mapa de patrones de flujo. Estos mapas relacionan a los patrones de flujo con las velocidades de cada fase, las propiedades de los fluidos, y las dimensiones del pozo. Uno de estos gráficos, los cuales son útiles en la distinción del patrón de flujo existente en algunas correlaciones para el cálculo de la caída de presión en flujo multifásico, es el mapa de Duns y Ros (1963), el cual se muestra en la Figura (2.2).

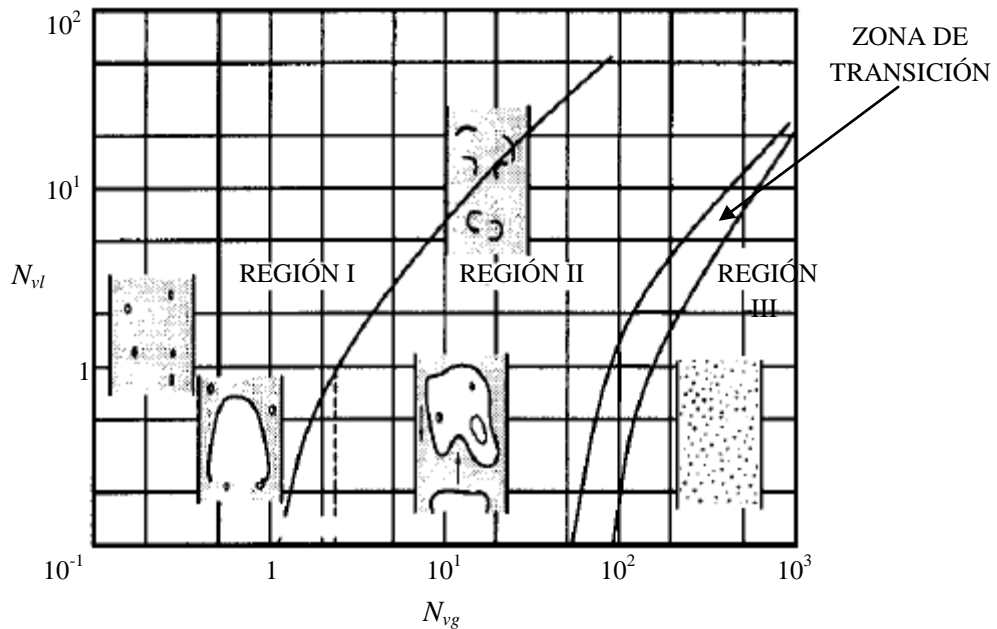
El mapa de Duns y Ros correlaciona los patrones de flujo con dos números adimensionales: los números de velocidad de la fase líquida y la fase gaseosa,  $N_{vl}$  y  $N_{vg}$ , definidos como (Brill y Mukherjee, 1999):

$$N_{vl} = v_{sl} \sqrt{\frac{\rho_l}{g\sigma}} \quad (2.1)$$

$$N_{vg} = v_{sg} \sqrt{\frac{\rho_l}{g\sigma}} \quad (2.2)$$

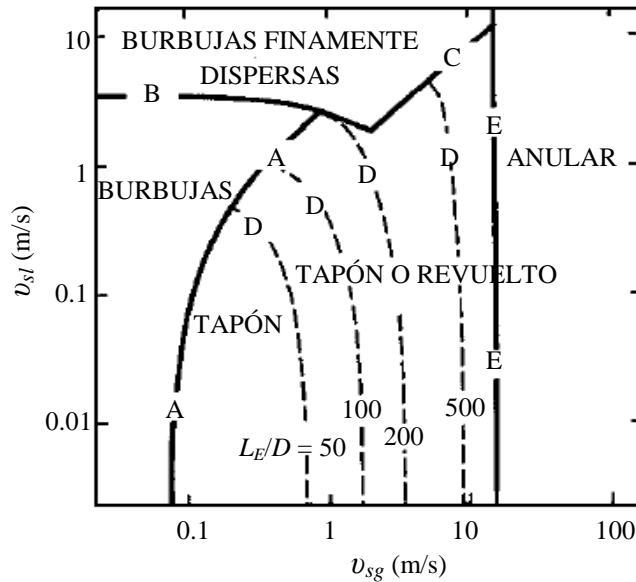
donde  $v_{sl}$  y  $v_{sg}$  son las velocidades superficiales de la fase líquida y de la fase gaseosa, respectivamente,  $\rho_l$  es la densidad de la fase líquida,  $g$  es la aceleración de la gravedad, y  $\sigma$  es la tensión interfacial del sistema gas-líquido. A pesar de que este mapa de patrones de flujo toma en cuenta algunas propiedades físicas de los fluidos, debe observarse que las únicas variables en los grupos adimensionales son las velocidades superficiales de cada fase.

Duns y Ros definieron tres diferentes regiones en su mapa, pero incluyeron además una región de transición donde el flujo cambia de una fase líquida continua a una fase gaseosa continua. La región I contiene los flujos en burbuja y tapón a bajas velocidades, la región II incluye el flujo tapón a altas velocidades y el flujo revuelto, y la región III contiene el flujo anular.



**Figura 2.2** Mapa de patrones de flujo propuesto por Duns y Ros (1963)

Existen mapas que se elaboran con base en un análisis teórico de las transiciones entre los patrones de flujo existentes, como el presentado por Taitel y Dukler (1976). Este tipo de mapas deben ser generados tanto para un sistema gas-líquido como para un tamaño de pozo en específico. Como ejemplo, un mapa de Taitel-Dukler para un sistema aire-agua fluyendo a través de una tubería de 2 in de diámetro interior se presenta en la Figura (2.3). El mapa mostrado en la Figura (2.3) identifica cinco posibles patrones de flujo: flujo en burbujas, flujo de burbujas dispersas, flujo tapón, flujo revuelto, y flujo anular. Las líneas marcadas con las letras A, B, C y E indican las transiciones entre los patrones de flujo mencionados. La observación más importante en el mapa de la Figura (2.3) son las líneas marcadas con la letra D, las cuales indican el número de diámetros de tubería, a partir de la entrada de la misma, a los cuales se espera que ocurra el flujo revuelto antes de que el flujo tapón tenga lugar.



**Figura 2.3** Mapa de patrones de flujo propuesto por Taitel y Dukler (1976)

Como ejemplo de lo anterior, si las condiciones de flujo caen en la línea D marcada con  $L_E/D = 100$ , para una distancia de 100 diámetros de tubería a partir de la entrada de la misma, se espera que ocurra el flujo revuelto; más allá de esta distancia, el flujo tapón es el patrón de flujo que se espera que ocurra.

## 2.2 DEFINICIÓN DE VARIABLES EN FLUJO MULTIFÁSICO

Por lo general, cuando se llevan a cabo cálculos de problemas de flujo multifásico, las ecuaciones para flujo en una sola fase son modificadas para tomar en cuenta la presencia de las fases adicionales. Esto implica el definir expresiones de mezcla para las velocidades y para las propiedades de los fluidos, las cuales utilizan factores de ponderación basados en las fracciones máxicas o volumétricas (Brill y Mukherjee, 1999). Cabe mencionar que la elección de las variables y de los factores de ponderación a utilizar, casi siempre depende del patrón de flujo predicho. A continuación se discuten los principales parámetros útiles en la descripción del comportamiento del flujo multifásico.

---

### 2.2.1 Factores de ponderación

Cuando una mezcla gas-líquido fluye en forma ascendente a través de un pozo, la alta movilidad del gas tiende a hacer que este se desplace a una velocidad mayor que la fase líquida. Esto es un resultado de los bajos valores tanto de la densidad como de la viscosidad del gas. Bajo condiciones de estado estacionario, esto resulta en una reducción del área del pozo ocupada por la fase gaseosa, y consecuentemente en una expansión de área ocupada por la fase líquida. De esta forma, el deslizamiento ocasionado por la diferencia entre las velocidades de las fases, puede ocasionar que se tengan valores más altos de la fracción volumétrica *in situ* de la fase líquida que los que se presentarían si ambas fases fluyeran a la misma velocidad (Mokhatab *et al.*, 2006).

La diferencia entre las velocidades de las fases líquida y gaseosa puede estimarse a partir de una amplia variedad de ecuaciones, las cuales han sido desarrolladas a partir de datos experimentales para un intervalo limitado de condiciones de flujo. Un procedimiento más común consiste en desarrollar correlaciones empíricas, con el fin de predecir el valor de la fracción volumétrica de la fase líquida o *holdup*,  $H_l$ , para un amplio intervalo de condiciones de flujo (Brill y Mukherjee, 1999).

Para el caso en el que se tienen velocidades similares para las fases líquida y gaseosa, es decir, una condición de no deslizamiento, la fracción volumétrica de la fase líquida puede ser calculada en forma analítica si se tiene conocimiento de los valores *in situ* de los flujos volumétricos de cada una de las fases. De esta forma se tiene (Brill y Mukherjee, 1999):

$$\lambda_l = \frac{q_l}{q_l + q_g} \quad (2.3)$$

donde  $q_l$  y  $q_g$  son, respectivamente, los flujos volumétricos de la fase líquida y la fase gaseosa. Debido a que la fracción volumétrica de la fase líquida en condiciones de no deslizamiento puede determinarse en forma rigurosa, por lo general es empleada como un parámetro correlativo en la predicción de otros parámetros del flujo multifásico, tales como  $H_l$ .

---

### 2.2.2 Velocidades

Por lo general, los valores de las velocidades individuales de cada una de las fases son extremadamente diferentes. Solo en algunos casos, como en el flujo en burbujas dispersas a altas velocidades, y en el flujo tipo anular, en los cuales las fases gaseosa y líquida existen como una mezcla homogénea, las velocidades de ambas fases son prácticamente iguales. Para los patrones de flujo restantes puede existir un deslizamiento significativo entre las fases. En condiciones de estado estacionario, este deslizamiento puede ocasionar que una cantidad desproporcionada de la fase con una menor velocidad se presente en cualquier zona del pozo (Mokhatab *et al.*, 2006). La fracción volumétrica *in situ* de la fase líquida,  $H_l$ , debe determinarse a partir de correlaciones empíricas o de modelos mecánicos.

Las velocidades superficiales,  $v_s$ , en las cuales se asume que una sola fase ocupa toda el área de sección transversal del pozo, son importantes parámetros correlativos, dadas por: (Brill y Mukherjee, 1999)

$$v_{sl} = \frac{q_l}{A_p} \quad (2.4)$$

$$v_{sg} = \frac{q_g}{A_p} \quad (2.5)$$

donde  $A_p$  es el área de sección transversal del pozo y los subíndices  $l$  y  $g$  denotan que se está hablando de las fases líquida y gaseosa, respectivamente.

De manera similar, la velocidad de la mezcla gas-líquido o velocidad total puede definirse como (Brill y Mukherjee, 1999):

$$v_{sm} = \frac{q_l + q_g}{A_p} = v_{sl} + v_{sg} \quad (2.6)$$

Si no existiera deslizamiento entre las fases, en teoría tanto la fase líquida como la fase gaseosa podrían fluir a la velocidad de la mezcla. Sin embargo, debido al

---

deslizamiento existente, por lo general la fase líquida fluye a una velocidad menor que la velocidad de mezcla, mientras que la fase gaseosa fluye a una velocidad mayor que esta última.

Las velocidades promediadas en el tiempo y espacio para cada fase pueden calcularse si se tiene conocimiento de la fracción volumétrica de la fase líquida promediada en el tiempo y espacio, la cual es obtenida a partir de correlaciones empíricas. De esta forma se tienen para las fases líquida y gaseosa, respectivamente (Brill y Mukherjee, 1999):

$$v_l = \frac{v_{sl}}{H_l} \quad (2.7)$$

$$v_g = \frac{v_{sg}}{1 - H_l} \quad (2.8)$$

La velocidad de deslizamiento puede definirse como la diferencia entre las velocidades reales de cada fase, es decir (Brill y Mukherjee, 1999):

$$v_s = v_g - v_l \quad (2.9)$$

Otros tipos de velocidades son encontradas en problemas de flujo multifásico, las cuales se presentan en patrones de flujo específicos. Como ejemplos, se tienen las velocidades de ascenso de burbujas pequeñas en flujos en burbujas, y de burbujas grandes con forma de bala en flujos tapón.

### 2.2.3 Propiedades de los fluidos

Numerosas ecuaciones han sido propuestas para describir las propiedades físicas de las mezclas gas-líquido en problemas de flujo multifásico. En general, las propiedades estimadas por medio de estas ecuaciones son conocidas como propiedades de deslizamiento o de no deslizamiento, dependiendo del factor de ponderación de la fracción volumétrica que se utilice, es decir,  $H_l$  o  $\lambda_l$ . De esta forma, para el cálculo de la viscosidad de mezcla en un flujo gas-líquido, Beggs y Brill (1991) proponen las siguientes correlaciones:



---


$$\mu_s = \mu_l H_l + \mu_g (1 - H_l) \quad (2.10)$$

$$\mu_s = (\mu_l^{H_l}) \times [\mu_g^{(1-H_l)}] \quad (2.11)$$

$$\mu_{n-s} = \mu_l \lambda_l + \mu_g (1 - \lambda_l) \quad (2.12)$$

donde los subíndices  $s$  y  $n-s$  se refieren, respectivamente, a un flujo en condiciones de deslizamiento (*slip*) y no deslizamiento (*no-slip*).

A pesar de que la Ecuación (2.10) nunca ha sido utilizada en las correlaciones para el cálculo de problemas de flujo multifásico, la Ecuación (2.11) es utilizada en la correlación de Hagedorn y Brown (1965).

Beggs y Brill (1991) han propuesto además las siguientes expresiones para el cálculo de las densidades de mezcla en flujos gas-líquido:

$$\rho_s = \rho_l H_l + \rho_g (1 - H_l) \quad (2.13)$$

$$\rho_{n-s} = \rho_l \lambda_l + \rho_g (1 - \lambda_l) \quad (2.14)$$

$$\rho_k = \rho_l \frac{\lambda_l^2}{H_l} + \rho_g \frac{(1 - \lambda_l)^2}{(1 - H_l)} \quad (2.15)$$

donde el subíndice  $k$  en la Ecuación (2.15) se refiere al término de energía cinética de la ecuación de conservación de momentum, para el caso específico de una mezcla homogénea.

Cuando se realizan cálculos de problemas de flujo multifásico en pozos con cambios de temperatura, es necesario predecir el valor de la entalpía de la mezcla resultante. Muchos métodos de cálculo de equilibrio líquido-vapor proveen expresiones para predecir las entalpías de cada una de las fases. Si las entalpías son expresadas por unidad de masa, la entalpía de la mezcla,  $h_m$ , puede ser calculada a partir de las entalpías de las fases líquida,  $h_l$ , y gaseosa,  $h_g$ :

---


$$h_m = h_l(1 - x_g) + h_g x_g \quad (2.16)$$

donde  $x_g$  es la fracción másica de la fase gaseosa.

### 2.3 CÁLCULO DE LA CAÍDA DE PRESIÓN EN FLUJOS MULTIFÁSICOS

Los cambios en el gradiente de presión con respecto al patrón de flujo existente en un pozo de gas con producción de agua son especialmente importantes dado que como se mencionó, conforme la presión del yacimiento declina con el tiempo, se produce un arrastre de agua desde el yacimiento hacia el pozo, lo cual fomenta, por ejemplo, la formación de un flujo neblina. Sin embargo, entre mayor es el arrastre de agua hacia el pozo, ésta puede llegar a acumularse en el mismo, favoreciendo la formación de flujos tapón o en burbujas, al menos que se tenga un bloqueo completo en el flujo de gas. Por lo tanto, la capacidad de predecir las caídas de presión en pozos con producción multifásica en función de los patrones de flujo existentes se vuelve primordial en el análisis de la producción de gas en estos pozos.

Primeramente, la ecuación para el cálculo de la caída de presión para un flujo en una sola fase puede ser modificada para flujo multifásico, considerando que los fluidos forman una mezcla homogénea. De esta manera se tiene para la caída de presión en flujo multifásico (Brill y Mukherjee, 1999):

$$\frac{dp}{dL} = \frac{f \rho_f v_f^2}{2d} + \rho_f g \sin \theta + \rho_f v_f \frac{dv_f}{dL} \quad (2.17)$$

donde  $\frac{dp}{dL}$  es el gradiente de presión del flujo,  $L$  es la longitud del pozo,  $f$  es el coeficiente de fricción,  $\rho_f$  y  $v_f$  son, respectivamente, la densidad y la velocidad del flujo multifásico;  $d$  y  $\theta$  son, respectivamente, el diámetro interno y el ángulo de inclinación del pozo, y  $g$  es la aceleración de la gravedad. Para flujo vertical, el ángulo de inclinación del pozo,  $\theta$ , es de  $90^\circ$ , por lo que  $\sin \theta = 1$ .

---

Sustituyendo  $dL$  por la forma convencional  $dZ$ , la Ecuación (2.17) puede expresarse como (Brill y Mukherjee, 1999):

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{\text{tot}} = \left(\frac{dp}{dZ}\right)_{\text{fri}} + \left(\frac{dp}{dZ}\right)_{\text{ele}} + \left(\frac{dp}{dZ}\right)_{\text{ac}} \quad (2.18)$$

donde los subíndices mostrados son “tot” para expresar la caída de presión total, “ele” para expresar el componente asociado a cambios de elevación, “fri” para el componente de pérdidas por fricción, y “acc” para el componente asociado a la aceleración del flujo. El componente de la caída de presión asociado a las pérdidas por fricción requiere de la evaluación de un factor de fricción para un flujo en dos fases. El componente de la caída de presión asociado a cambios de elevación depende de la densidad de la mezcla gas-líquido, la cual es usualmente calculada a partir de la Ecuación (2.13). Salvo en condiciones de flujos a altas velocidades, la mayor contribución de la caída de presión en flujos verticales es debida a este componente, mientras que el componente de la caída de presión asociado a la aceleración del flujo, normalmente se desprecia, siendo considerado solo en casos de flujos a altas velocidades.

Muchos métodos han sido desarrollados para la predicción de la caída de presión de flujos en dos fases, cuya principal diferencia radica en la forma de calcular cada uno de los componentes de la caída de presión total en la Ecuación (2.17).

## 2.4 MÉTODO DE BEGGS Y BRILL

El aumento en la complejidad que se tiene para un flujo multifásico, resulta en un alto grado de empirismo al predecir el comportamiento del mismo. Debido a que en la actualidad, prácticamente todos los métodos de diseño estándar existentes se basan en el uso de correlaciones empíricas, muchas de ellas han sido desarrolladas con el objetivo de predecir los patrones de flujo, el deslizamiento entre las fases, factores de fricción, y otros parámetros del flujo multifásico en tuberías. Uno de los métodos disponibles para predecir la caída de presión en pozos o conductos en los que existe flujo multifásico es el propuesto por Beggs y Brill (1973), el cual fue el primer método utilizado para predecir el

---

comportamiento del flujo en pozos con diferentes grados de inclinación. La experimentación necesaria para el desarrollo de este método se llevó a cabo en tuberías de acrílico con un diámetro entre 1 y 1.5 in, y con una longitud de 90 ft, utilizando agua y aire como fluidos de trabajo. Para cada diámetro de tubería, se manejaron distintos flujos de aire y agua, de manera que cuando la misma estuviera en posición completamente horizontal, los patrones de flujo presentes pudieran ser observados. Además de ello, se manipuló la inclinación de las tuberías en un intervalo de ángulos dado, de tal manera que pudiera obtenerse información sobre la dependencia de las fracciones volumétricas y de la caída de presión con la inclinación de la tubería. A partir de los resultados obtenidos al efectuar aproximadamente 584 pruebas, Beggs y Brill propusieron la siguiente correlación para la caída de presión en una tubería inclinada (Brill y Mukherjee, 1999):

$$\frac{dp}{dL} = \frac{\frac{f \rho_n v_m^2}{2d} + \rho_s g \sin \theta}{1 - E_k} \quad (2.19)$$

donde  $E_k$  es la energía cinética adimensional, dada por:

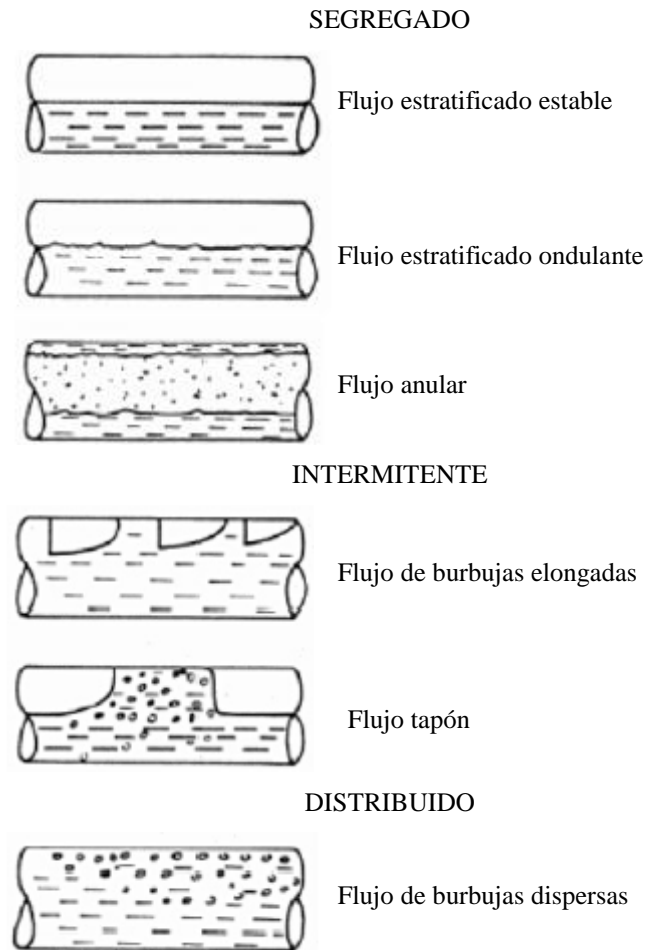
$$E_k = \frac{v_m v_{sg} \rho_n}{p} \quad (2.20)$$

la cual está relacionada con la velocidad sónica de un flujo en dos fases, y es similar al número de Mach para flujos compresibles. Como se sabe, la condición sónica se alcanza cuando el número de Mach toma un valor de 1. Cuando esto ocurre en una tubería, se establece una condición de choque (*shock*), tras lo cual el gradiente de presión toma un valor infinito. La Ecuación (2.20) predice este mismo resultado si  $E_k$  alcanza un valor de 1, aunque por desgracia, esta ecuación no puede predecir valores de  $E_k$  mayores a 1.

---

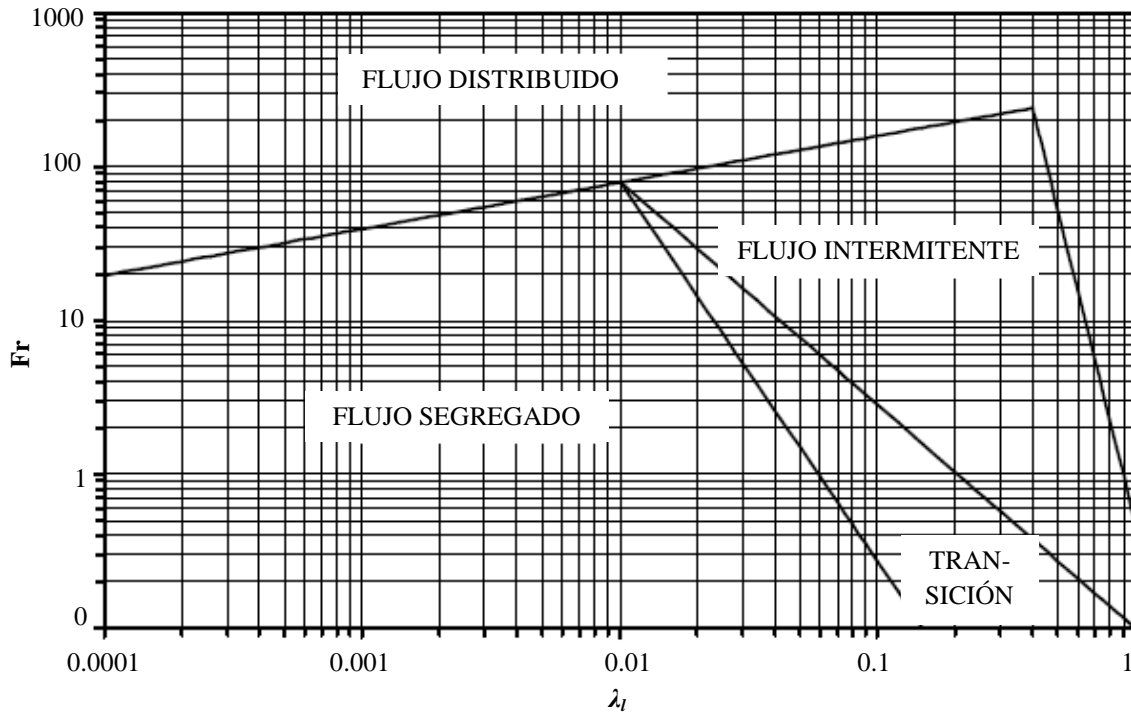
### 2.4.1 Predicción de los patrones de flujo

En la Figura 2.4 se muestran los patrones de flujo que pueden existir en pozos horizontales.



**Figura 2.4** Patrones de flujo horizontales (Mohkatab *et al.*, 2006)

Con base en estas observaciones, los autores elaboraron un mapa de patrones de flujo que permitiera predecir los patrones presentes en pozos con producción multifásica. El mapa de patrones de flujo original fue modificado ligeramente para incluir una zona de transición entre el patrón de flujo segregado y el patrón de flujo intermitente (Figura 2.5).



**Figura 2.5** Mapa de patrones de flujo desarrollado por Beggs y Brill (Mohkatab *et al.*, 2006)

Beggs y Brill correlacionaron los límites de transición entre los patrones de flujo con la fracción volumétrica en condiciones de no deslizamiento, y con el número de Froude de la mezcla gas-líquido, dado por:

$$Fr = \frac{v_m^2}{gd} \quad (2.21)$$

por lo cual, las ecuaciones para los límites de transición modificados entre los patrones de flujo son:

$$L_1 = 316\lambda_l^{0.302} \quad (2.22)$$

$$L_2 = 0.000925\lambda_l^{-2.468} \quad (2.23)$$

$$L_1 = 0.10\lambda_l^{-1.452} \quad (2.24)$$

$$L_1 = 0.5\lambda_l^{-6.738} \quad (2.25)$$

---

Por otra parte, las siguientes desigualdades son utilizadas para determinar el patrón de flujo que existiría si la tubería estuviera en una posición horizontal. Este patrón de flujo puede considerarse como un parámetro correlativo, el cual, a menos que la tubería esté en posición horizontal, no proporciona información acerca del patrón de flujo real.

Segregado:

$$\lambda_l < 0.01 \text{ y } Fr < L_1$$

o

$$\lambda_l \geq 0.01 \text{ y } Fr < L_2$$

Transición

$$\lambda_l \geq 0.01 \text{ y } L_2 \leq Fr \leq L_3$$

Intermitente

$$0.01 \leq \lambda_l < 0.4 \text{ y } L_3 \leq Fr \leq L_4$$

o

$$\lambda_l \geq 0.4 \text{ y } L_3 \leq Fr \leq L_4$$

Distribuido

$$\lambda_l < 0.4 \text{ y } Fr \geq L_4$$

o

$$\lambda_l \geq 0.4 \text{ y } Fr > L_4$$

#### **2.4.2 Predicción de la fracción volumétrica de la fase líquida**

Las correlaciones del método para el cálculo de la fracción volumétrica de la fase líquida fueron obtenidas para 3 patrones de flujo. La fracción volumétrica de líquido que existiría si la tubería estuviera en una posición horizontal es primeramente calculada y posteriormente corregida para el ángulo de inclinación real de la tubería. En la Figura 2.8 se muestra la variación de la fracción volumétrica de la fase líquida con la inclinación de la tubería para las pruebas experimentales realizadas por Beggs y Brill. La fracción volumétrica presentó un máximo aproximadamente a  $+50^\circ$ , respecto a la posición horizontal, y un mínimo aproximadamente a  $-50^\circ$ . Para altas velocidades de flujo, las cuales

corresponden a un flujo de burbujas dispersas, la fracción volumétrica de la fase líquida es independiente del ángulo de inclinación de la tubería.

A pesar de que se utilizan las mismas ecuaciones para calcular la fracción volumétrica de la fase líquida para todos los patrones de flujo, los coeficientes empíricos difieren para cada uno de los mismos. Primeramente, la fracción volumétrica de la fase líquida que existiría en la tubería, si esta estuviera en una posición horizontal, está dada por:

$$H_{l(0)} = \frac{a\lambda_l^b}{Fr^c} \quad (2.26)$$

con la restricción  $H_{l(0)} \geq \lambda_l$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son coeficientes empíricos, los cuales, dependiendo el patrón de flujo existente, toman los valores que se muestran en la Tabla 2.1.

Por otra parte, el valor corregido de la fracción volumétrica por el efecto de la inclinación de la tubería está dado por:

$$H_{l(\theta)} = H_{l(0)} \Psi \quad (2.27)$$

**Tabla 2.1** Coeficientes empíricos para el cálculo de la fracción volumétrica (Brill y Mukherjee, 1999)

Patrón de flujo	$a$	$b$	$c$
Segregado	0.980	0.4846	0.0868
Intermitente	0.845	0.5351	0.0173
Distribuido	1.965	0.5824	0.0609

donde  $\Psi$  es el factor que corrige la fracción volumétrica en función del ángulo de inclinación,  $\theta$ , de la tubería. Este factor, a su vez, se calcula por medio de la siguiente expresión:

$$\Psi = 1 + C [\sin(1.8\theta) - 0.333 \sin^3(1.8\theta)] \quad (2.28)$$



donde a su vez,  $C$  es un parámetro que se define como:

$$C = (1 - \lambda_l) \ln(e \lambda_l^f N_{vl}^g Fr^h) \quad (2.29)$$

con la restricción  $C \geq 0$ . Los coeficientes  $e, f, g$  y  $h$  se determinan a partir de la Tabla 2.2 para el patrón de flujo horizontal apropiado.

**Tabla 2.2** Coeficientes empíricos para la estimación del parámetro  $C$  (Brill y Mukherjee, 1999)

Patrón de flujo	$e$	$f$	$g$	$H$
Segregado (ascendente)	0.011	-3.7680	3.5390	-1.6140
Intermitente (ascendente)	2.960	0.3050	-0.4473	0.0978
Distribuido (ascendente)	No hay corrección: $C = 0; \Psi = 1$			
Todos los patrones (descendente)	4.700	-0.3692	0.1244	-0.5056

Cuando un patrón de flujo cae en la región de transición, la fracción volumétrica de la fase líquida debe interpolarse entre los valores de la misma que corresponden a los patrones de flujo segregado e intermitente. Esta interpolación es expresada como sigue:

$$H_{l(\theta)Tr} = AH_{l(\theta)Seg} + (1 - A)H_{l(\theta)Int} \quad (2.30)$$

donde los subíndices Tr, Seg e Int indican el patrón de flujo, mientras que  $A$  está dado por:

$$A = \frac{L_3 - Fr}{L_3 - L_2} \quad (2.31)$$

### 2.4.3 Predicción del factor de fricción

El factor de fricción,  $f$ , que aparece en las ecuaciones (2.17) y (2.19) para el cálculo de la caída de presión en un flujo multifásico, está dado por (Brill y Mukherjee, 1999):

$$f = f_n(f/f_n) \quad (2.32)$$

---

donde  $f_n$  es un factor de normalización para el factor de fricción, el cual se determina a partir del diagrama de Moody (Bird *et al.*, 1992), o a partir de las siguientes expresiones:

$$f_n = \frac{64\mu_n}{\rho_n v_m d} = \frac{64}{\text{Re}} \quad (2.33)$$

$$f_n = 0.0056 + 0.5 \text{Re}^{-0.52} \quad (2.34)$$

La relación entre el factor de fricción para flujo multifásico y el factor de normalización,  $f/f_n$ , está correlacionada con los datos experimentales reportados por Beggs y Brill por medio de la siguiente expresión:

$$f/f_n = e^s \quad (2.35)$$

donde:

$$s = \frac{\ln y}{-0.0523 + 3.182 \ln y - 0.8725 (\ln y)^2 + 0.01853 (\ln y)^4} \quad (2.36)$$

en la cual  $y$  está dada por:

$$y = \frac{\lambda_l}{[H_{l(\theta)}]^2} \quad (2.37)$$

La Ecuación (2.36) presenta discontinuidades para los valores de  $y$  aproximadamente iguales a  $2.63 \times 10^{-4}$  y 1.016, de las cuales, es muy poco probable que aquella presentada para el menor de estos valores de  $y$  sea encontrada en la práctica. Sin embargo, es necesario que  $s = 0$  para  $y = 1$ , para asegurar que la correlación se aplique a un flujo en una sola fase líquida. Para valores de  $s$  generados cuando  $1 < y < 1.2$ , Beggs y Brill proponen la siguiente correlación:

---

$$s = \ln(2.2y - 1.2) \quad (2.38)$$

## **2.5 SIMULACIÓN CFD DE FLUJOS MULTIFÁSICOS**

Un enfoque adicional que permite el modelado del flujo multifásico a través de tuberías y accesorios es aquel que se basa en la simulación CFD (del inglés *Computational Fluid Dynamics*). CFD es un conjunto de herramientas, las cuales, mediante la simulación por computadora, permiten analizar el comportamiento de los sistemas que involucran el flujo de fluidos, la transferencia de energía y la transferencia de masa. Las ecuaciones que permiten describir estos fenómenos son un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales desarrolladas en el siglo XIX por Navier y Stokes, por lo cual son convenientemente llamadas ecuaciones de Navier-Stokes.

Durante los últimos años la simulación CFD ha sido ampliamente aplicada al modelado de flujos multifásicos, incluyendo las mezclas gas-sólido, a pesar de que la simulación de estos sistemas existen todavía algunas limitaciones, como los altos requerimientos computacionales. Además de que los modelos multifásicos en CFD pueden ser útiles en la comprensión de las interacciones complejas que pueden ocurrir entre las diferentes fases en un sistema, pueden proporcionar información transitoria en 3 dimensiones. Básicamente, existen dos aproximaciones para modelar sistemas que involucran flujos multifásicos en CFD: el enfoque Euleriano-Euleriano y el enfoque Euleriano-Lagrangiano. El enfoque utilizado para el desarrollo de este trabajo en ANSYS® CFX es el Euleriano-Euleriano, el cual se describe con más detalle en el Capítulo 3.

## **2.6 REVISIÓN DE LOS ESTUDIOS SOBRE FLUJOS GAS-LÍQUIDO A TRAVÉS DE CONDUCTOS Y TUBOS TIPO VENTURI**

El sistema de inyección de los pozos suministra gas en forma de burbujas a la columna de agua, propiciando con ello el movimiento ascendente de la misma hacia un dispositivo Venturi y resultando en un patrón de flujo tipo burbujeante. Con base en lo anterior y dado el carácter de este trabajo, es necesario tener una noción del flujo que se

---

esperaría a la entrada del dispositivo Venturi, a fin de establecer algunas condiciones necesarias para realizar las simulaciones CFD. En este sentido, Duan *et al.* (2011) presentan un estudio en el que realizaron la simulación CFD de un flujo gas/líquido tipo burbujeante en forma ascendente a través de un canal cilíndrico, utilizando para ello el software ANSYS® CFX. Los autores utilizaron dos enfoques basados en balances de población de las burbujas para determinar los cambios en la fracción volumétrica del gas y la distribución del tamaño de las burbujas bajo condiciones complejas de flujo: el modelo ABND (Average Bubble Number Density) y el modelo no homogéneo MUSIG (Multi-Size-Group). En su investigación, los autores logran validar con un buen grado de concordancia los resultados experimentales reportados por Lucas *et al.* (2005) y Prasser *et al.* (2007) utilizando ambos modelos de población. Por su parte, Hibiki y Mishima (2001), y Das y Das (2010) consideran el balance de población para determinar la fracción volumétrica de la fase gaseosa y el patrón de flujo correspondiente en conductos circulares y anulares, obteniendo una buena reproducibilidad de los datos experimentales.

Hablando específicamente de flujos multifásicos en tubos Venturi, es importante mencionar que la literatura existente es escasa. En el caso de eyectores, los cuales pueden ser vistos como un tubo Venturi utilizados en la succión y mezclado de fluidos, Kim *et al.* (2007) realizaron simulaciones tipo CFD y estudios experimentales para determinar la hidrodinámica de un eyector gas/líquido conectado en forma horizontal al fondo de una columna de burbujeo rectangular. Los autores estudiaron el sistema aire-agua analizando el efecto tanto de las dimensiones del eyector (diámetro de la boquilla de alimentación, diámetro de la garganta) como de las condiciones de operación (velocidad de circulación de la fase líquida, nivel de líquido en la columna) sobre la velocidad de succión del gas y su fracción volumétrica en la columna. De manera similar, el trabajo de Li y Li (2011) se enfoca en la evaluación de la dependencia entre el desempeño de eyectores gas-líquido con los parámetros de succión de los mismos, utilizando para ello el software CFD Fluent®. Paladino y Maliska (2011) presentan los resultados de las simulaciones tipo CFD en 2D del flujo burbujeante ascendente a través de un medidor de presión tipo Venturi. Los autores consideran el efecto de las fuerzas de no contacto, la lubricación de pared, la dispersión turbulenta y el ascenso. Para la evaluación de dichos efectos, se utilizan los modelos propuestos por Antal (1991), Lopez de Bertodano *et al.* (1994), en su estudio sobre flujos

---

burbujeantes a altas velocidades, y Tomiyama (1998). Se concluye que este tipo de fuerzas tienen una gran influencia en los cálculos de la caída de presión y la fracción volumétrica de gas a través de la contracción. Además de ello, los autores sugieren el uso del modelo de turbulencia RNG  $k-\varepsilon$ , debido a que presenta un mejor comportamiento que el modelo  $k-\varepsilon$  en zonas de contracción. Los datos experimentales de la literatura permiten a los autores validar con éxito sus resultados en forma cuantitativa.

Dado el carácter de este trabajo, es importante contar con datos experimentales que permitan validar los resultados obtenidos, para lo cual se presenta una revisión de los trabajos disponibles en la literatura más relevantes. Couët *et al.* (1991) desarrollaron un modelo matemático que pudiera describir la dinámica de un flujo en dos fases, validando dicho modelo mediante una serie de experimentos que consistieron en hacer fluir diferentes mezclas gas/líquido a través de una contracción; las mezclas de estudio fueron agua-aire y agua-aceite (gotas). Los autores analizaron el comportamiento de los perfiles axiales de velocidad y presión, presentando estos resultados en forma independiente para cada una de las fases, además de reportar los perfiles axiales para la fracción volumétrica de las fases. Además de ello, los autores pudieron concluir que el modelo desarrollado, a pesar de ser unidimensional y de despreciar las interacciones entre partículas (gotas y burbujas), logra predecir en buena medida los resultados experimentales. Por su parte, Malayeri *et al.* (2001) realizaron experimentos en un tubo Venturi vertical utilizando los sistemas aire-agua y vapor-agua como fluidos de trabajo. Los autores propiciaron la formación de un flujo burbujeante en forma ascendente y recopilaron datos sobre la fracción volumétrica de la fase gaseosa a lo largo del eje axial del tubo Venturi, encontrando una dependencia marcada de la misma con la caída de presión y con los fluidos de trabajo. Se mostró que la fracción volumétrica del gas se incrementó para el sistema vapor-agua y disminuyó para el sistema aire-agua.

## **CAPÍTULO 3**

# **MODELADO MATEMÁTICO Y SOLUCIÓN EN CFD DEL FLUJO GAS-LÍQUIDO A TRAVÉS DEL DISPOSITIVO VENTURI**

Puesto que la simulación en Aspen Plus® solo proporciona información sobre el flujo gas-líquido una vez que este ha salido del dispositivo Venturi, es necesario contar con información sobre el comportamiento del flujo a través de este dispositivo. Es por ello que en este capítulo se describen los modelos utilizados para representar y simular la fenomenología involucrada en ANSYS® CFX, incluyendo su método de solución. El sistema que se consideró para simular el flujo gas-líquido a través del dispositivo Venturi, fue un flujo de agua con burbujas de gas dispersas de diferentes diámetros, para considerar los mecanismos de rompimiento y coalescencia de las mismas. Dentro de la descripción de los modelos utilizados para representar este fenómeno, se presentan los balances de materia y de momentum para cada fase, los modelos para el cálculo de las fuerzas de transferencia de momentum interfacial, los modelos para el cálculo de la turbulencia en cada fase, y un modelo basado en un balance de población para el cálculo de la distribución de los tamaños de burbuja a la entrada y a la salida del Venturi. Finalmente se presenta una descripción del método de volumen finito, el cual emplea ANSYS® CFX para resolver el modelo planteado, incluyendo algunos conceptos sobre discretización numérica.

---

### 3.1 INTRODUCCIÓN A LA SIMULACIÓN EN CFD DE FLUJOS CON BURBUJAS

Gracias a los avances alcanzados en la velocidad y capacidad de procesamiento de los recursos computacionales durante las últimas dos décadas, el desarrollo de modelos que permiten representar el comportamiento del flujo multifásico se ha enfocado en la Dinámica de Fluidos Computacional o CFD (*Computational Fluid Dynamics*). Como resultado, los ingenieros de proceso han utilizado con mayor frecuencia esta herramienta en el diseño preliminar, análisis y optimización de equipos.

De las aproximaciones disponibles en CFD para modelar el flujo en burbujas a través de tuberías y accesorios, el enfoque Euleriano-Euleriano es el más popular para aplicaciones tanto académicas como a nivel industrial. En el enfoque Euleriano-Euleriano, una vez que se obtiene el sistema de ecuaciones promediadas, se necesita de relaciones constitutivas para cerrar dicho sistema. Estas relaciones son proporcionadas al incluir las fuerzas involucradas en la transferencia de momentum interfacial, como el arrastre, la masa virtual, y las llamadas fuerzas transversales, como la lubricación en la pared y el ascenso, siendo las más comúnmente consideradas. En flujos burbujeantes fuertemente acelerados, como los que se presentan en los dispositivos Venturi, estas fuerzas pueden jugar un rol muy importante en la predicción de la caída de presión a través de la contracción y en la distribución de la fracción volumétrica de la fase gaseosa, por lo que no pueden ser fácilmente despreciadas (Paladino y Maliska, 2011).

### 3.2 ECUACIONES PARA FLUJOS TURBULENTOS

La turbulencia puede definirse como una serie de fluctuaciones que sufren los campos de flujo en el tiempo y en el espacio, que ocurre cuando las fuerzas de inercia de los fluidos se vuelven más significativas que los esfuerzos viscosos, originando variaciones en las cantidades de transporte (Anderson, 1995).

A pesar de que la turbulencia representa un proceso complejo, debido principalmente a su naturaleza transitoria y multidimensional, existen aproximaciones, conocidas como modelos de turbulencia, que han sido desarrolladas en un esfuerzo por predecir los efectos que esta tiene en el campo de flujo. Una de estas aproximaciones,

---

conocida como RANS, modifica las ecuaciones de Navier-Stokes en su forma transitoria por medio de la introducción de cantidades promediadas y fluctuantes, dando origen a las llamadas ecuaciones promediadas de Reynolds (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Estas ecuaciones representan las cantidades de flujo promedio, mientras modelan los efectos turbulentos sin la necesidad de la resolución de las fluctuaciones turbulentas (ANSYS® CFX, 2009).

### 3.2.1 Ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo (RANS)

De acuerdo a esta aproximación, el valor instantáneo de una variable denotada por  $\phi$  puede representarse como la suma de su valor medio,  $\bar{\phi}$ , y su fluctuación,  $\phi'$ , es decir:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.1)$$

donde a su vez, el valor de  $\bar{\phi}$  es obtenido por medio de la siguiente expresión:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi dt \quad (3.2)$$

donde  $\Delta t$  es una escala de tiempo relativamente grande en comparación con las fluctuaciones turbulentas, pero pequeña en comparación con la escala de tiempo a la cual se resuelven las ecuaciones.

Al aplicar el promedio de Reynolds sobre la velocidad,  $v$ , y la presión,  $p$ , en las ecuaciones de conservación de masa y momentum para flujo incompresible se obtiene (Drew, 1979):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i v_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\rho v_i' v_j'} \right) \quad (3.4)$$



---

Estas son las llamadas ecuaciones promediadas de Reynolds. En estas, las velocidades y otras variables de solución representan valores de un tiempo promedio. Además de ello, el término que aparece del lado derecho de la Ecuación (3.4),  $\overline{\rho v_i' v_j'}$ , conocido como esfuerzo de Reynolds, representa los efectos turbulentos y se origina a partir del término convectivo no lineal que está presente en las ecuaciones sin promediar. Cabe mencionar que los esfuerzos de Reynolds deben ser modelados para que las ecuaciones presentadas puedan resolverse.

### 3.2.2 Modelo de viscosidad de remolino

Uno de los modelos propuestos para representar los términos turbulentos de la Ecuación (3.4) es el modelo de viscosidad de remolino. En este modelo se sugiere que la turbulencia consiste en pequeños remolinos que se están formando y disipando continuamente, y en los cuales se asume que los esfuerzos de Reynolds son proporcionales a los gradientes de velocidad promedio y la viscosidad del remolino o viscosidad turbulenta. Con esta hipótesis, el esfuerzo de Reynolds se modela como sigue (ANSYS® CFX, 2009):

$$-\overline{\rho v_i' v_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right) \quad (3.5)$$

donde la viscosidad turbulenta,  $\mu_t$ , no es una propiedad del fluido, sino que es un parámetro del flujo local que debe ser modelado.

### 3.3 ENFOQUE EULERIANO-EULERIANO

El enfoque Euleriano-Euleriano es la aproximación más general para resolver problemas que involucran flujos multifásicos. Este enfoque está basado en el principio de interpenetración continua, en el cual el comportamiento de cada fase es descrito mediante las ecuaciones de Navier-Stokes. Las fases comparten el mismo volumen y compenetran entre sí en el espacio, intercambiando masa, momentum y energía. Cada fase es descrita por

---

medio de sus propiedades físicas, y por sus propios campos de velocidad, presión, concentración y temperatura. La transferencia interfacial entre las fases es calculada por medio de relaciones empíricas de cerradura (ANSYS® CFX, 2009).

Para sistemas continuo-dispersos, la velocidad de cada fase es calculada por medio de las ecuaciones de Navier-Stokes. La fase dispersa puede estar presente en forma de partículas rígidas, gotas o burbujas. Las fuerzas que actúan sobre la fase dispersa son modeladas utilizando correlaciones empíricas y son incluidas como términos de la transferencia en la interfaz. Además, las fuerzas de arrastre, de ascenso, gravitacionales, de flotación y de masa virtual o agregada, pueden actuar sobre la fase dispersa y tener un importante efecto sobre la misma (Paladino y Maliska, 2011). Estas fuerzas son calculadas para una partícula y posteriormente son escaladas utilizando la fracción volumétrica local para tomar en cuenta la presencia de múltiples partículas.

El enfoque Euleriano-Euleriano cuenta con tres modelos multifásicos, los cuales son:

- Método del volumen de fluido
- Modelo de mezcla
- Modelo Euleriano

Dado que en este trabajo se utilizó el modelo Euleriano, este es el que se desarrolla en lo posterior.

### **3.3.1 Modelo Euleriano**

El modelo Euleriano es el más complejo y el más general para resolver problemas de flujo multifásico. En este modelo, se resuelve un conjunto de ecuaciones de momentum y continuidad para cada fase. El acoplamiento entre las ecuaciones de momentum se logra mediante la presión y la implementación de términos de transferencia interfacial, dependiendo del tipo de fases presentes en el sistema (ANSYS® CFX, 2009).

La descripción del flujo multifásico como un medio continuo de interpenetración incorpora el concepto de fracción volumétrica física, la cual se denota como  $\alpha$ . La fracción

---

volumétrica representa el volumen ocupado por cada fase, en el cual las leyes de conservación de masa y de momentum deben satisfacerse para cada fase individualmente. De esta forma, el volumen de la fase  $i$ , denotado como  $V_i$ , se define como:

$$V_i = \int_V \alpha_i dV \quad (3.6)$$

La fracción volumétrica “total” en el dominio está sujeta a la siguiente restricción:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad (3.7)$$

La formulación del modelo Euleriano-Euleriano está basada en un promediado temporal, espacial o de ensamble de las ecuaciones locales e instantáneas de masa y momentum para cada fase junto con las respectivas condiciones de salto interfacial.

Una vez que se ha aplicado el procedimiento de promediado, se obtienen las siguientes ecuaciones de conservación (Drew y Lahey, 1979; ANSYS® CFX, 2009):

### **Ecuaciones de continuidad**

La ecuación de continuidad (conservación de masa) para la fase líquida es:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \vec{v}_l) = 0 \quad (3.8)$$

y para la fase gaseosa:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g) + \nabla \cdot (\alpha_g \rho_g \vec{v}_g) = S_g \quad (3.9)$$

### **Ecuaciones de momentum**

El balance de momentum para la fase líquida es:

---


$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l \vec{v}_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \vec{v}_l \vec{v}_l) = -\alpha_l \nabla p + \nabla \cdot (\alpha_l \mu_{\text{eff},l} (\nabla \vec{v}_l + (\nabla \vec{v}_l)^T)) + \alpha_l \rho_l \vec{g} + \vec{F}_l \quad (3.10)$$

mientras que para la fase gaseosa es:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g \vec{v}_g) + \nabla \cdot (\alpha_g \rho_g \vec{v}_g \vec{v}_g) = -\alpha_g \nabla p + \nabla \cdot (\alpha_g \mu_{\text{eff},g} (\nabla \vec{v}_g + (\nabla \vec{v}_g)^T)) + \alpha_g \rho_g \vec{g} + \vec{F}_g \quad (3.11)$$

donde, y en lo sucesivo, los subíndices  $l$  y  $g$  se refieren a la fase líquida y gaseosa, respectivamente,  $\rho$  es la densidad,  $\vec{v}$  es el vector de velocidad,  $\alpha$  es la fracción volumétrica,  $\vec{g}$  es la fuerza gravitacional,  $p$  es la presión, y  $\mu_{\text{eff}}$  es la viscosidad efectiva, la cual se calcula a partir de la viscosidad molecular,  $\mu$ , y la viscosidad turbulenta,  $\mu_t$ , como sigue:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t \quad (3.12)$$

En las ecuaciones (3.9) a (3.11), existen términos importantes que deben modelarse: el término  $S_g$ , asociado a la transferencia de masa interfacial, y los términos  $\vec{F}_l$  y  $\vec{F}_g$ , que representan la transferencia de momentum, asociada a las fuerzas interfaciales que actúan sobre una fase debido a la presencia de la otra fase. En el caso de la transferencia de masa interfacial, esta se origina a partir de los mecanismos de rompimiento y coalescencia de las burbujas, los cuales pueden ser descritos por modelos basados en balances de población (ANSYS® CFX, 2009). El modelado de  $S_g$  se describe con detalle en la Sección 3.6. La transferencia interfacial de momentum se describe a continuación.

### 3.4 MODELOS DE LA TRANSFERENCIA DE MOMENTUM INTERFACIAL

La transferencia de momentum en la interfaz ocurre debido a las fuerzas interfaciales que actúan sobre una fase debido a sus interacciones con otras fases. Debido a que estas fuerzas son iguales en magnitud, pero opuestas entre ambas fases, la suma total de las mismas es igual a cero, es decir:

---


$$\vec{F}_l = -\vec{F}_g \quad (3.13)$$

Por esta razón, la fuerza total que actúa, por ejemplo, sobre la fase líquida debido a su interacción con la fase gaseosa se denota con  $\vec{F}_l$ , la cual está dada por (Duan *et al.*, 2011):

$$\vec{F}_l = -\vec{F}_g = \vec{F}_l^D + \vec{F}_l^L + \vec{F}_l^{WL} + \vec{F}_l^{VM} + \vec{F}_l^{TD} \quad (3.14)$$

donde  $\vec{F}_l^D$  es la fuerza de arrastre interfacial,  $\vec{F}_l^L$  es la fuerza de ascenso,  $\vec{F}_l^{WL}$  es la fuerza de lubricación en la pared,  $\vec{F}_l^{VM}$  es la fuerza de masa virtual o agregada y  $\vec{F}_l^{TD}$  es la fuerza de dispersión turbulenta.

Cuando existe una gran diferencia entre las densidades de la fase continua y la fase dispersa, no se puede utilizar un modelo de flujo homogéneo, ya que la velocidad de deslizamiento es importante. En dispositivos que presentan una zona de contracción en su diseño, como los dispositivos Venturi, las fases presentes experimentan una fuerte aceleración relativa en esta zona. En estos casos, el incluir el efecto de las fuerzas de masa virtual, comúnmente consideradas de menor importancia comparadas con las fuerzas de arrastre en el balance de momentum interfacial, es de suma importancia para obtener predicciones precisas del comportamiento de la presión vs la velocidad de flujo (Paladino y Maliska, 2011). Además, fuerzas como las de ascenso y las de lubricación en la pared, afectan la distribución de la fase dispersa, la cual a su vez afecta el gradiente de presión a través del dispositivo Venturi (Paladino y Maliska, 2011). A continuación se presentan una breve descripción de las fuerzas de transferencia de momentum interfacial, incluyendo algunos modelos utilizados para el cálculo de los coeficientes involucrados.

### 3.4.1 Fuerzas de arrastre

Para un sistema disperso modelado en forma Euleriana, la fuerza de arrastre por unidad de volumen que actúa sobre la fase líquida debido a la presencia de la fase gaseosa, está dada por la siguiente forma general:

---


$$\vec{F}_l^D = C_{gl} (\vec{v}_g - \vec{v}_l) \quad (3.15)$$

En la ecuación anterior, el coeficiente interfacial,  $C_{gl}$ , puede ser obtenido en forma analítica en función del diámetro, volumen y número de partículas por unidad de volumen, expresándose de la siguiente forma (ANSYS® CFX, 2009):

$$C_{gl} = \frac{3}{4} \rho_l C_D \frac{\alpha_g}{d_p} |\vec{v}_g - \vec{v}_l| \quad (3.16)$$

donde  $C_D$  es el coeficiente de arrastre y  $d_p$  es el diámetro de partícula. Normalmente el coeficiente de arrastre se expresa en función del número de Reynolds de partícula,  $Re_p$ , el cual es definido como sigue:

$$Re_p = \frac{\rho_l |\vec{v}_g - \vec{v}_l| d_p}{\mu_l} \quad (3.17)$$

donde  $\mu_l$  es la viscosidad de la fase líquida. El coeficiente de arrastre depende además de otros parámetros que toman en cuenta, entre otros aspectos, la forma y la concentración de las partículas.

Dado que la velocidad relativa varía en forma drástica a lo largo de los tubos Venturi, se deben esperar variaciones significativas en el valor de  $C_D$ , debido a que su modelado depende de algunos parámetros hidrodinámicos como el número de Reynolds de burbuja (Paladino y Maliska, 2011). En la Tabla (3.1) se presentan algunos modelos propuestos y ampliamente utilizados en la estimación de  $C_D$ , que además se han implementado en ANSYS® CFX. Estos modelos consideran que a valores suficientemente bajos de número de Reynolds de partícula,  $Re_p$ , éstas se comportan como si fueran partículas esféricas rígidas (*spherical*). Sin embargo, a valores altos de  $Re_p$  prevalece el régimen de burbujas deformadas y los efectos de la tensión superficial cobran una mayor importancia, ocasionando que las burbujas adquieran, al principio, una forma prácticamente elipsoidal (*ellipsoidal*), y finalmente, la forma de un casquete esférico (*spherical cap*).

**Tabla 3.1** Modelos para la estimación del coeficiente  $C_D$  implementados en ANSYS® CFX

Referencia	Modelo	Intervalo de aplicación	Límites de deformación de partícula
Schiller Naumann (1933)	$C_D = \frac{24}{\text{Re}_p} (1 + 0.1 \text{Re}_p^{0.687}) \quad (3.18)$	$0.2 \leq \text{Re}_p \leq 1000$	No se especifican
	$C_D \Big _{\text{sph cap}} = \frac{8}{3} \quad (3.19)$	$\text{Re}_p > 1000$	No se especifican
Ishii-Zuber (1979)	$C_D \Big _{\text{ellip}} = \frac{2}{3} \text{Eo}^{1/2} \quad (3.20)$	$\text{Re}_p > 1000$	$C_D \Big _{\text{dist}} = \min(C_D \Big _{\text{ellip}}, C_D \Big _{\text{cap}})$
	donde:		$C_D = \max(C_D \Big _{\text{sph}}, C_D \Big _{\text{dist}})$
	$\text{Eo} = \frac{g(\rho_l - \rho_g)d_p^2}{\sigma} \quad (3.21)$		
Grace (1978)	$C_D \Big _{\text{ellip}} = \frac{4}{3} \frac{gd_p(\rho_l - \rho_g)}{v_T^2 \rho_l} \quad (3.22)$	$\text{Re}_p > 1000$	$C_D \Big _{\text{dist}} = \min(C_D \Big _{\text{ellip}}, C_D \Big _{\text{cap}})$
	donde:		$C_D = \max(C_D \Big _{\text{sph}}, C_D \Big _{\text{dist}})$
	$v_T = \frac{\mu_l}{\rho_l d_p} M^{-0.149} (J - 0.857) \quad (3.23)$		
	$M = \frac{\mu_l^4 g(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2 \sigma^3} \quad (3.24)$		
	$J = \begin{cases} 0.94H^{0.757}; & 2 < H \leq 59.3 \\ 3.42H^{0.441}; & H > 59.3 \end{cases} \quad (3.25)$		
	$H = \frac{4}{3} \text{Eo} M^{-0.149} \left( \frac{\mu_l}{\mu_{\text{ref}}} \right) \quad (3.26)$		

Algunos parámetros importantes incluidos en los modelos de la Tabla 3.1 son el número de Eotvos,  $\text{Eo}$ , la velocidad terminal de las burbujas,  $v_T$ , y el número de Morton,  $M$ . El número de Eotvos, que es de importancia en el flujo en burbujas, depende de la interacción gas-líquido, por medio del valor de la tensión superficial,  $\sigma$ , y del diámetro de las partículas,  $d_p$ . Es importante señalar además que los subíndices presentados en las ecuaciones corresponden a la forma de las burbujas. Además, en el modelo de Grace,  $\mu_{\text{ref}}$  se refiere al valor de la viscosidad molecular del agua a 25°C y 1 bar.

---

### 3.4.2. Fuerzas de ascenso

La fuerza de ascenso surge a partir de una falta de uniformidad en el campo de velocidad de la fase continua, la cual produce un campo de presión asimétrico sobre las burbujas, generando una fuerza que es normal al vector de velocidad relativa. ANSYS® CFX contiene un modelo para las fuerzas de ascenso que actúan sobre la fase dispersa en presencia de una fase continua rotacional, el cual está dado por:

$$\vec{F}_l^L = -\vec{F}_g^L = \alpha_g \rho_l C_L (\vec{v}_g - \vec{v}_l) \times \omega_l \quad (3.27)$$

donde  $\omega_l$  es el rotacional o “curl” de  $\vec{v}_l$ , y  $C_L$  es el coeficiente adimensional de ascenso. Por lo tanto, para evaluar la fuerza de ascenso es necesario estimar el valor del coeficiente de ascenso,  $C_L$  en la Ecuación (3.27). Para ello, ANSYS® CFX cuenta con los modelos presentados en la Tabla 3.2. Cabe mencionar que en el modelo de Legendre y Magnaudet (1998),  $C_L$  está correlacionado en términos del número de Reynolds de partícula y del número de Reynolds de vorticidad,  $Re_\omega$ , el cual está dado por (ANSYS® CFX, 2009):

$$Re_\omega = \frac{\rho_l \omega_l d_p}{\mu_l} \quad (3.28)$$

### 3.4.3. Fuerza de masa virtual

La masa virtual puede verse como la inercia adicional de una partícula al acelerarse o decelerarse a través de un fluido, el cual es desplazado por el paso de la misma. Por simplicidad, la fuerza de masa virtual puede ser modelada como un volumen de fluido que se mueve junto con la partícula.

En el contexto de flujo en dos fases, diversas relaciones constitutivas para la fuerza de masa virtual han sido propuestas en la literatura (Cook y Harlow, 1984; Van Wijngaarden, 1976; Drew *et al.*, 1979). En estos trabajos, se ha establecido como un acuerdo general que la fuerza de masa virtual es proporcional a la aceleración relativa de las fases, expresándose esto como sigue:



$$\vec{F}_l^{VM} = -\vec{F}_g^{VM} = \alpha_g \rho_l C_{VM} \left( \frac{D_g \vec{v}_g}{Dt} - \frac{D_l \vec{v}_l}{Dt} \right) \quad (3.29)$$

**Tabla 3.2.** Modelos para la estimación del coeficiente  $C_L$  implementados en ANSYS® CFX

Referencia	Modelo	Intervalo de aplicación
Legendre y Magnaudet (1998)	$C_L = \sqrt{(C_{L,low Re})^2 + (C_{L,high Re})^2} \quad (3.30)$ <p>donde:</p> $C_{L, low Re} = \frac{6}{\pi^2} (Re_p Sr)^{-1/2} J'(\varepsilon) \quad (3.31)$ $C_{L, high Re} = \frac{1}{2} \left( \frac{1+16Re_p^{-1}}{1+29Re_p^{-1}} \right) \quad (3.32)$ $\beta = \frac{1}{2} \left( \frac{Re_\omega}{Re_p} \right) \quad (3.33)$ $J'(\varepsilon) = \frac{J(\infty)}{(1+0.2\varepsilon^{-2})^{3/2}} \quad (3.34)$ $\varepsilon = \sqrt{\frac{2\beta}{Re_p}} \quad (3.35)$	$0.1 \leq Re_p \leq 500$  $Sr = 2\beta \leq 1$
Tomiyama (1998)	$C_L = \begin{cases} \min[0.288 \tanh(0.121 Re_p, f(Eo'))] & ; Eo' \leq 4 \\ f(Eo') & ; 4 < Eo' \leq 10 \\ -0.27 & ; 10 < Eo' \end{cases} \quad (3.36)$ <p>donde:</p> $f(Eo') = 0.00105Eo'^3 - 0.0159Eo'^2 - 0.0204Eo' + 0.474 \quad (3.37)$ $Eo' = \frac{g(\rho_l - \rho_g)d_H^2}{\sigma} \quad (3.38)$ $d_H = d_p(1 + 0.163Eo^{0.757})^{1/3} \quad (3.39)$	$Re_p > 1000$

En la Ecuación (3.39) el término  $\frac{D_g}{Dt}$  denota la derivada material respecto al tiempo para la fase gaseosa y es igual a:

---

$$\frac{D_g}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_g \cdot \nabla) \quad (3.40)$$

mientras que para la fase líquida es:

$$\frac{D_l}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_l \cdot \nabla) \quad (3.41)$$

En la ecuación anterior, el coeficiente de masa virtual,  $C_{VM}$ , es una cantidad adimensional que expresa la relación entre el volumen de la masa líquida desplazada y el volumen ocupado por una burbuja. Este coeficiente toma un valor de 0.5 para el flujo de un fluido no viscoso alrededor de una esfera aislada.

#### **3.4.4. Fuerza de lubricación en la pared**

Bajo ciertas circunstancias, como el flujo burbujeante en dirección ascendente dentro de una tubería vertical, existe una fuerza interfacial importante conocida como la fuerza de lubricación en la pared cuyos efectos están restringidos a las regiones cercanas a la pared interior de la tubería. Esta fuerza surge a partir de las interacciones entre la pared y las burbujas cercanas a la misma, y puede explicarse como sigue: cuando una burbuja se aproxima a la pared, el patrón de flujo local en la interfaz cambia en forma drástica y, debido a la condición de no deslizamiento en la pared, la masa de líquido desplazada por la burbuja tiende a fluir sobre la interfaz de la burbuja y en dirección opuesta a la pared, generándose con ello una fuerza sobre la burbuja y contra la pared. Esta fuerza, a pesar de ser significativa solo en regiones demasiado cercanas a la pared, previene a la burbuja de hacer contacto con la misma; además de esto, siempre existirá una película de líquido en contacto con la pared, por lo que el valor de la fracción volumétrica del gas cerca de esta zona tenderá prácticamente a cero. Este hecho tiene una implicación importante en flujos con gradientes adversos de presión, como los que prevalecen en la zona divergente de un tubo tipo Venturi (Paladino y Maliska, 2011).

Los modelos para estimar la fuerza de lubricación en la pared en flujos con burbujas poseen la siguiente forma general (Antal *et al.*, 1991):

$$\vec{F}_l^{WL} = -\vec{F}_g^{WL} = -C_{WL} \alpha_g \rho_l |\vec{v}_l - \vec{v}_g|^2 \vec{n}_w \quad (3.42)$$

donde  $|\vec{v}_l - \vec{v}_g|$  es la diferencia relativa entre las velocidades de las fases en el plano superficial de la pared cercana,  $\vec{n}_w$  es el vector normal a la pared, y  $C_{WL}$  es el coeficiente de lubricación de pared. El coeficiente  $C_{WL}$  debe ser calculado con el fin de estimar la fuerza de lubricación en la pared. Para ello, ANSYS® CFX cuenta con los modelos presentados en la Tabla 3.3.

**Tabla 3.3.** Modelos para la estimación del coeficiente  $C_{WL}$  implementados en ANSYS® CFX

Referencia	Modelo	Constantes
Antal <i>et al.</i> (1991)	$C_{WL} = \max \left\{ 0, \frac{C_{W1}}{d_p} + \frac{C_{W2}}{y_w} \right\}$	(3.43) $C_{W1} = -0.01$ $C_{W2} = 0.05$
Tomiyama (1998)	$C_{WL} = C_w(\text{Eo}) \frac{d_p}{2} \left\{ \frac{1}{y_w^2} - \frac{1}{(D - y_w)^2} \right\}$	(3.44)
donde:		
	$C_w(\text{Eo}) = \begin{cases} 0.47 & ; \text{Eo} < 1 \\ e^{-0.933\text{Eo}+0.179} & ; 1 \leq \text{Eo} \leq 5 \\ 0.00599\text{Eo} - 0.0187 & ; 5 < \text{Eo} \leq 33 \\ 0.179 & ; 33 < \text{Eo} \end{cases}$	(3.45)
Frank <i>et al.</i> (2008)	$C_{WL} = C_w(\text{Eo}) \max \left\{ 0, \frac{1}{C_{WD}} \frac{1 - \frac{y_w}{C_{WC} d_p}}{y_w \left( \frac{y_w}{C_{WC} d_p} \right)^{p-1}} \right\}$	(3.46) $C_{WC} = 10$ $C_{WD} = 6.8$ $p = 1.7$

Básicamente, los modelos presentados en la Tabla 3.3 están expresados en función de algunos parámetros como la distancia normal del centro de un volumen de control desde la pared, expresada como  $y_w$ , el diámetro de las burbujas y el diámetro de tubería,  $D$ . Es importante notar, por ejemplo, que en el modelo de Antal *et al.* (1991) las relaciones  $C_{W1}/C_{W2}$  y  $d_p/y_w$  dentro de la función “max”, definen la distancia a partir de la pared, en

---

términos del diámetro de burbuja, a la cual la fuerza de lubricación de la pared tiene efecto. Esto significa que esta fuerza estará activa en una capa delgada adyacente a la pared, donde  $y_w \leq |C_{w1}/C_{w2}| d_p$ .

### 3.4.5. Fuerza de dispersión turbulenta

Otra de las fuerzas interfaciales que cobra importancia en el estudio de flujos multifásicos es la fuerza de dispersión turbulenta, la cual resulta en una dispersión adicional de las fases presentes desde regiones con una alta fracción volumétrica hacia regiones con una baja fracción volumétrica. Esta fuerza es causada por la acción combinada de los remolinos turbulentos y el arrastre interfacial. Por ejemplo, en un flujo disperso en dos fases, las partículas dispersas son atrapadas en los remolinos turbulentos de la fase continua y son transportadas por el efecto del arrastre interfacial, resultando en una migración de partículas desde regiones de alta concentración hasta regiones de baja concentración de las mismas.

ANSYS® CFX cuenta con dos modelos para calcular la fuerza de dispersión turbulenta: el modelo de promedios de Favre (ANSYS® CFX, 2009) y el modelo de Lopez de Bertodano (1998), los cuales se describen a continuación.

#### Modelo de promedios de Favre

Este modelo está basado en el promedio de Favre de la fuerza de arrastre interfacial, expresándose de la siguiente forma:

$$\vec{F}_l^{TD} = -\vec{F}_g^{TD} = C_{TD} C_{gl} \frac{\nu_{ll}}{\sigma_{ll}} \left( \frac{\nabla \alpha_g}{\alpha_g} - \frac{\nabla \alpha_l}{\alpha_l} \right) \quad (3.47)$$

donde  $C_{TD}$  es el coeficiente de dispersión turbulenta,  $\nu_{ll}$  es la viscosidad cinemática de remolino de la fase líquida,  $\sigma_{ll}$  es el número de turbulencia de Schmidt para la fase líquida, y nuevamente  $C_{gl}$  es el coeficiente de transferencia de momentum para la fuerza de arrastre interfacial, por lo que, el modelo claramente depende de la correlación de arrastre utilizada.

---

Generalmente,  $\sigma_{tl}$  toma un valor de 0.9, mientras que coeficiente  $C_{TD}$  toma por defecto un valor de 1.

### Modelo de López de Bertodano

El modelo de López de Bertodano (1998) fue uno de los primeros modelos para el cálculo de la fuerza de dispersión turbulenta. Se puede expresar de la siguiente forma:

$$\vec{F}_l^{TD} = -\vec{F}_g^{TD} = -C_{TD} \rho_l k_l \nabla \alpha_l \quad (3.48)$$

donde  $k_l$  es la energía cinética turbulenta de la fase líquida.

Una de las desventajas de este modelo, es que no es posible utilizar valores universales para  $C_{TD}$ . Valores de  $C_{TD}$  entre 0.1 y 0.5 han sido utilizados con éxito en flujos burbujeantes con diámetros promedio de burbujas relativamente pequeños. Sin embargo, valores de hasta 500 para  $C_{TD}$  han sido requeridos en otras situaciones. Debido a este inconveniente, el modelo de promedios de Favre es más universal y ampliamente recomendado para todos aquellos casos en los que se desconoce un valor apropiado para  $C_{TD}$ .

### 3.5. MODELADO DE LA TURBULENCIA

Cuando se desea modelar la turbulencia en un flujo no homogéneo en el que existen una fase continua y una fase dispersa, se puede utilizar un modelo dependiente de la fase, en el cual, la turbulencia de cada fase se aproxima con un modelo diferente. En el modelo dependiente de la fase, los modelos disponibles para la fase dispersa están limitados a los modelos algebraicos, como el laminar o el llamado “cero ecuaciones”, debido a que otros modelos no se consideran apropiados. Por otra parte, los modelos de dos ecuaciones, como el SST o el  $k-\varepsilon$ , son útiles para aproximar la turbulencia en la fase continua. El acoplamiento de dos modelos de turbulencia diferentes permite ajustar la viscosidad de la fase dispersa en forma proporcional a la viscosidad de remolino de la fase continua (ANSYS® CFX, 2009).

---

### 3.5.1. Modelo RNG $k$ - $\varepsilon$ (fase líquida)

Los modelos de turbulencia de dos ecuaciones son ampliamente utilizados en las simulaciones CFD, debido que ofrecen un buen compromiso entre esfuerzo numérico y precisión computacional, además de ser mucho más sofisticados que los modelos de cero ecuaciones. En estos modelos, tanto la escala de velocidad turbulenta como la escala de longitud turbulenta se resuelven por medio de ecuaciones de transporte independientes (de ahí que se conozcan como modelos de dos ecuaciones). Uno de los más prominentes modelos de turbulencia de dos ecuaciones es el modelo  $k$ - $\varepsilon$ , el cual, además de ser estable, numéricamente robusto, y tener un régimen bien establecido de su capacidad de predicción, es considerado el modelo estándar para simulaciones CFD a nivel industrial (Anderson, 1995; ANSYS® CFX, 2009).

A pesar de que en este trabajo se utilizó el modelo de grupos renormalizados  $k$ - $\varepsilon$  (RNG  $k$ - $\varepsilon$ ), el cual fue derivado a partir de un procedimiento de renormalización estadística aplicado al modelo  $k$ - $\varepsilon$  estándar, la diferencia más notoria que existe entre ambos modelos es el valor de las constantes utilizadas, por lo que, por simplicidad, el modelo  $k$ - $\varepsilon$  estándar es el que se describe en lo posterior.

En el modelo de turbulencia  $k$ - $\varepsilon$ , la escala de velocidad turbulenta es calculada a partir de la energía cinética turbulenta ( $k$ ), la cual es provista por la solución de su ecuación de transporte. Por su parte, la escala de longitud turbulenta es estimada a partir de la energía cinética turbulenta y de la tasa de disipación de la misma ( $\varepsilon$ ), la cual es provista por la solución de su ecuación de transporte.

Las ecuaciones de transporte para  $k$  y para  $\varepsilon$  en este modelo son las siguientes (ANSYS® CFX, 2009):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l k_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \vec{v}_l k_l) = \nabla \cdot \left[ \alpha_l \left( \left( \mu + \frac{\mu_{tl}}{\sigma_k} \right) \nabla k_l \right) \right] + \alpha_l (P_l - \rho_l \varepsilon_l) \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l \varepsilon_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \vec{v}_l \varepsilon_l) = \nabla \cdot \left[ \alpha_l \left( \left( \mu + \frac{\mu_{tl}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon_l \right) \right] + \alpha_l \frac{\varepsilon_l}{k_l} (C_{\varepsilon 1} P_l - C_{\varepsilon 2} \rho_l \varepsilon_l) \quad (3.50)$$

en las cuales,  $\mu_{tl}$  es la viscosidad turbulenta de la fase líquida y  $P_l$  es la producción de turbulencia debida a esfuerzos viscosos, las cuales son calculadas como sigue:

$$\mu_{tl} = C_\mu \rho_l \left( \frac{k_l^2}{\varepsilon_l} \right) \quad (3.51)$$

$$P_k = \mu_{tl} \nabla \vec{v}_l \cdot (\nabla \vec{v}_l + \nabla \vec{v}_l^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v}_l (3\mu_{tl} \nabla \cdot \vec{v}_l + \rho_l k_l) \quad (3.52)$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.42 - f_\eta \quad (3.53)$$

$$f_\eta = \frac{\eta \left( 1 - \frac{\eta}{4.38} \right)}{1 + \beta_{\text{RNG}} \eta^3} \quad (3.54)$$

$$\eta = \frac{P_l}{\rho_l C_\mu \varepsilon_l} \quad (3.55)$$

mientras que  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $C_\mu$  y  $\beta_{\text{RNG}}$  son constantes del modelo que adoptan los valores mostrados en la Tabla 3.4.

**Tabla 3.4** Valores de las constantes del modelo RNG  $k$ - $\varepsilon$

Constante	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_\mu$	$\beta_{\text{RNG}}$
Valor	0.7179	0.7179	1.68	0.085	0.012

### 3.5.2. Modelo de cero ecuaciones (fase gaseosa)

Los modelos más simples de viscosidad de remolino calculan un valor global de la viscosidad turbulenta,  $\mu_t$ , a partir de la velocidad media y de una escala de longitud geométrica por medio de una correlación empírica. Debido a que ninguna ecuación de transporte adicional es resuelta, estos modelos son conocidos en el nombre de modelos de “cero ecuaciones”. El modelo implementado en ANSYS® CFX utiliza una ecuación

---

algebraica para calcular la contribución viscosa de los remolinos turbulentos, para lo cual utiliza un valor constante de la viscosidad de remolino en todo el dominio del flujo.

Prandtl y Kolmogorov (ANSYS® CFX, 2009) propusieron modelar la viscosidad de remolino como un producto entre la escala de velocidad turbulenta,  $v_t$ , y una escala de longitud turbulenta,  $l_t$ , de la siguiente forma:

$$\mu_t = \rho f_\mu v_t l_t \quad (3.56)$$

donde  $f_\mu$  es una constante de proporcionalidad, y el valor máximo de la velocidad en el dominio del flujo se toma como la escala de velocidad, mientras que la escala de longitud es calculada por medio de la siguiente fórmula:

$$l_t = \frac{(V_D^{1/3})}{7} \quad (3.57)$$

donde  $V_D$  es el volumen del fluido en el dominio.

### 3.6. MODELADO DEL TAMAÑO Y DISTRIBUCIÓN DE LAS BURBUJAS

Como se mencionó en la sección 3.3.1, el término asociado a la transferencia de masa interfacial,  $S_g$  en la Ecuación (3.9), el cual se origina debido a los mecanismos de rompimiento y coalescencia de las burbujas, debe modelarse para resolver las ecuaciones gobernantes. Es por ello que en este trabajo se incluyó el modelo MUSIG (*Multiple Size Group*) homogéneo (Lo, 1996) para considerar este término. Este modelo fue desarrollado para manejar flujos polidispersos, es decir, aquellos en los cuales las partículas poseen una amplia variación en su tamaño. Básicamente, el modelo consiste en dividir el intervalo de diámetros que pueden tener las burbujas en una serie de grupos o subintervalos, los cuales



---

se asume que fluyen prácticamente con la misma velocidad. Uno de los atributos de este modelo, es que considera que las partículas de diferente tamaño pueden interactuar entre sí por medio de los mecanismos de rompimiento y coalescencia, con base en un modelo de balance de población. El modelo de población determina la distribución de los tamaños de partícula en un fluido polidisperso. El balance de población para las burbujas en el modelo MUSIG puede expresarse como (Kumar y Ramkrishna, 1996):

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{v}_g n_i] = B_B - D_B + B_C - D_C \quad (3.58)$$

donde  $\vec{v}_g$  es la velocidad del gas,  $n_i$  representa la densidad de partículas del grupo de diámetro  $i$  (con una masa  $i$ ,  $m_i$ ), y  $B_B$ ,  $D_B$ ,  $B_C$  y  $D_C$  representan la natalidad ( $B$ , del inglés *birth*) y mortalidad ( $D$  del inglés *death*) de las burbujas, debido, respectivamente, al rompimiento (subíndice  $B$ , del inglés *breakup*) y coalescencia (subíndice  $C$ , del inglés *coalescence*) de las mismas. La densidad de partículas está relacionada con la fracción volumétrica del gas,  $\alpha_g$ , por medio de la siguiente expresión:

$$\alpha_g f_i = n_i V_i \quad (3.59)$$

donde  $f_i$  representa la fracción volumétrica de las burbujas de diámetro  $i$ , mientras que  $V_i$  es el volumen de una burbuja de diámetro  $i$ .

### 3.6.1 Modelado de la coalescencia entre las burbujas

Existen diferentes modelos para determinar los términos de natalidad y mortalidad de las burbujas debido a la coalescencia de las mismas, de los cuales uno de los más populares e importantes es el modelo de Prince y Blanch (1990). Este modelo asume que la coalescencia entre dos burbujas ocurre en 3 pasos. Primero, una burbuja de diámetro  $i$  choca con una burbuja de diámetro  $j$ , atrapando una pequeña cantidad de líquido entre ellas.

---

Posteriormente, esta película de líquido entre las burbujas, se escurre hasta que alcanza un espesor crítico. Finalmente, la película de líquido se rompe y las burbujas se juntan. El proceso de coalescencia depende entonces de la tasa de colisión entre las dos burbujas,  $Q_{ij}$ , la cual a su vez es el resultado de 3 mecanismos: la turbulencia,  $\theta_{ij}^T$ , el corte laminar,  $\theta_{ij}^{LS}$ , y la flotación,  $\theta_{ij}^B$ . Por lo tanto, la tasa total de coalescencia entre dos burbujas puede expresarse como:

$$Q_{ij} = (\theta_{ij}^T + \theta_{ij}^{LS} + \theta_{ij}^B) \eta_{ij} \quad (3.60)$$

Es importante mencionar que la tasa total de coalescencia, depende, además de los mecanismos descritos, de la eficiencia de colisión entre las burbujas,  $\eta_{ij}$ . Esta eficiencia es función del tiempo requerido para la coalescencia,  $t_{ij}$ , y del tiempo de contacto,  $\tau_{ij}$ , expresándose como sigue:

$$\eta_{ij} = e^{-t_{ij}/\tau_{ij}} \quad (3.61)$$

donde:

$$t_{ij} = \left( \frac{\rho_c r_{ij}^3}{16\sigma} \right)^{1/2} \ln \left( \frac{h_0}{h_f} \right) \quad (3.62)$$

$$\tau_{ij} = \frac{r_{ij}^{2/3}}{\varepsilon_c^{1/3}} \quad (3.63)$$

En las expresiones anteriores para el cálculo de  $t_{ij}$  y  $\tau_{ij}$ ,  $h_0$  es el espesor inicial de la película de líquido entre las burbujas,  $h_f$  es el espesor crítico de la película una vez que esta se rompe,  $\varepsilon_c$  es la tasa de disipación de energía turbulenta, y  $r_{ij}$  es el radio equivalente, el cual se calcula como sigue:

---


$$r_{ij} = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j} \right) \right]^{-1} \quad (3.64)$$

Por lo general, en sistemas que operan con flujos burbujeantes, como las columnas y algunos reactores de burbujeo, las burbujas de todos los diámetros presentes fluyen prácticamente con la misma velocidad (Lo, 1996; Mouza *et al.*, 2005), por lo cual los efectos asociados a la flotación en la Ecuación (3.60) pueden ser despreciados. Además de ello, puesto que la colisión entre las burbujas ocurre cuando se desarrolla un fuerte patrón de circulación del flujo, lo cual ocurre cuando se tienen flujos de gas mayores a los que se tienen en un flujo en burbujas homogéneo, el término asociado al corte laminar en la Ecuación (3.60) puede también ser despreciado (Mouza *et al.*, 2005). Por lo tanto, solamente las contribuciones turbulentas son incluidas en el modelo para la tasa total de coalescencia, siendo modeladas como:

$$\theta_{ij}^T = F_{CT} S_{ij} (v_i^2 + v_j^2)^{1/2} \quad (3.65)$$

donde  $S_{ij}$  es el área de sección transversal de las partículas colisionantes, la cual está dada por:

$$S_{ij} = \frac{\pi}{4} (d_i + d_j)^2 \quad (3.66)$$

mientras que la velocidad turbulenta,  $v_i$ , se expresa como:

$$v_i = \sqrt{2} \varepsilon_c^{1/3} d_i^{1/3} \quad (3.67)$$

---

y  $F_{CT}$  es un factor de calibración.

Una vez que se cuenta con un modelo para determinar la tasa de coalescencia de las burbujas, es posible expresar la natalidad y mortalidad de las burbujas en función de la misma. Por lo tanto, la tasa de nacimiento de las burbujas de diámetro  $i$  debida a la coalescencia de las burbujas de diámetros  $j$  y  $k$  toma la siguiente forma general (Lo, 1996):

$$B_C = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i Q_{jk} n_j n_k \quad (3.68)$$

mientras que la tasa de mortalidad de las burbujas de diámetro  $i$  debida a la coalescencia con otras burbujas está dada por (Lo, 1996):

$$D_C = n_i \sum_{j=1}^N Q_{ij} n_j \quad (3.69)$$

donde  $n_i$ ,  $n_j$  y  $n_k$  son, respectivamente, las concentraciones de las burbujas de diámetros  $i$ ,  $j$  y  $k$ .

### 3.6.2 Modelado del rompimiento de las burbujas

Luo y Svendsen (1996) desarrollaron un modelo teórico para la predicción del rompimiento de gotas y burbujas en suspensiones turbulentas. Este modelo está basado en la teoría de turbulencia isotrópica y de probabilidad, además de que contiene parámetros ajustables. En este caso, la tasa de rompimiento de las burbujas de diámetro  $i$  que originan burbujas de diámetro  $j$  es modelada como sigue:

$$g(m_j, m_i) = 0.923 F_B (1 - \alpha_g) \left( \frac{\epsilon_c}{d_j^2} \right)^{1/3} \int_{\xi_{\min}}^1 \frac{(1 + \xi)^2}{\xi^{1/3}} e^{-\xi} d\xi \quad (3.70)$$

---

donde  $F_B$  es un parámetro de calibración del modelo,  $d_j$  es el diámetro de las burbujas,  $\xi$  es el tamaño adimensional de los remolinos, considerando turbulencia isotrópica.  $\chi$  es la energía crítica adimensional para el rompimiento, la cual es directamente proporcional a la tensión superficial,  $\sigma$ , e inversamente proporcional a la densidad de la fase continua,  $\rho_c$ . La energía crítica adimensional,  $\chi$ , está dada por la siguiente expresión:

$$\chi = \frac{12 \left[ \left( \frac{m_j}{m_i} \right)^{2/3} + \left[ 1 - \left( \frac{m_j}{m_i} \right) \right]^{2/3} - 1 \right] \sigma}{\beta \rho_c \varepsilon_c^{2/3} d_i^{5/3} \xi^{11/3}} \quad (3.71)$$

en la cual  $\beta$  toma un valor de 2. Por otra parte, el límite inferior de la integral que aparece en la Ecuación (3.70) está dado por:

$$\xi_{\min} = 11.4 \frac{\eta}{d_i} \quad (3.72)$$

donde el parámetro  $\eta$ , el cual depende de algunas propiedades de la fase continua, como la viscosidad cinemática,  $\nu_c$ , y la tasa de disipación de remolinos,  $\varepsilon_c$ , se expresa como sigue:

$$\eta = \left( \frac{1}{\varepsilon_c} \nu_c^3 \right)^{1/4} \quad (3.73)$$

Una vez definido el modelo necesario para la estimación de la tasa de rompimiento de las burbujas,  $g(m_j, m_i)$ , es posible expresar la natalidad asociada al rompimiento de las mismas mediante la siguiente expresión:

---

$$B_B = \sum_{j=i+1}^N g(m_j, m_i) n_i \quad (3.74)$$

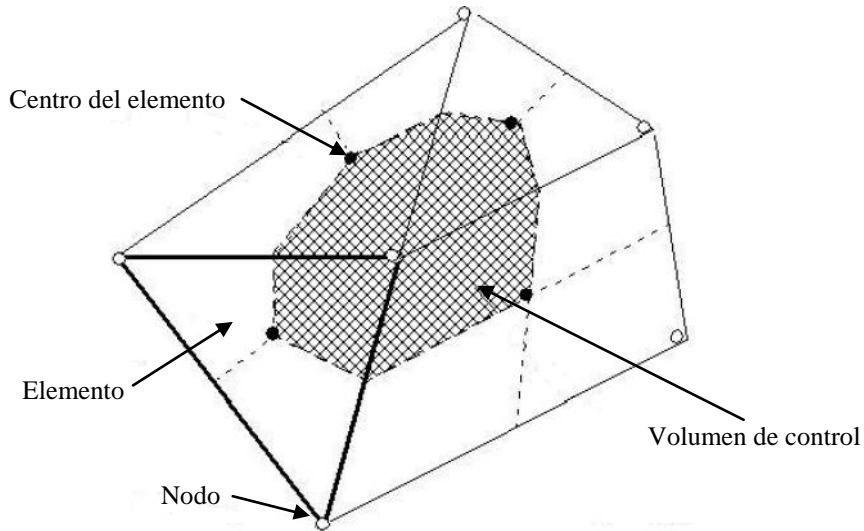
mientras que la mortalidad de las burbujas de diámetro  $i$  asociada al rompimiento para originar burbujas más pequeñas está dada por:

$$D_B = g_i n_i \quad (3.75)$$

### 3.7. DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES GOBERNANTES

Las soluciones analíticas a las ecuaciones de Navier-Stokes existen solo para flujos simples bajo condiciones ideales. Sin embargo, para obtener la solución a problemas de flujos reales, es necesario adoptar un método que permita reemplazar estas ecuaciones por expresiones algebraicas que puedan resolverse en forma numérica. El método que utiliza ANSYS® CFX para discretizar y resolver numéricamente las ecuaciones diferenciales parciales que rigen los problemas de mecánica de fluidos, es el método de volúmenes finitos. En este método, el dominio espacial es discretizado con ayuda de una malla utilizada para construir volúmenes finitos, en los cuales las cantidades relevantes, como masa, momentum y energía se conservan (ANSYS® CFX, 2009). La malla empleada por el método es tridimensional, aunque por simplicidad el método de discretización se ejemplificará considerando solo dos dimensiones. A continuación se describe el método de volúmenes finitos.

La Figura (3.1) representa una malla en dos dimensiones. Todas las variables de solución y las propiedades de los fluidos son almacenadas en los nodos (vértices de la malla). Un volumen de control (el área sombreada) se construye alrededor de cada nodo de la malla utilizando la media dual (definida por las líneas que unen la parte central de los límites y de los elementos que rodean el nodo).



**Figura 3.1.** Componentes de una malla para el método del volumen finito (ANSYS® CFX, 2009)

Se parte del hecho de que las ecuaciones gobernantes para el flujo pueden expresarse de la siguiente forma general (ANSYS® CFX, 2009):

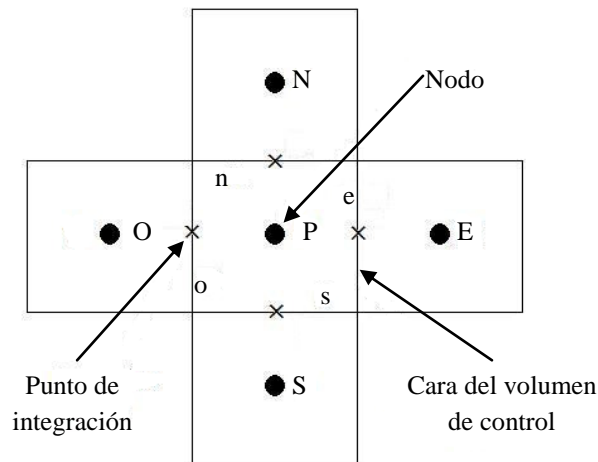
$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_{\text{Término transitorio}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i \phi)}_{\text{Término convectivo}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \Gamma_\phi \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) \right]}_{\text{Término difusivo}} + \underbrace{S_\phi}_{\text{Término fuente}} \quad (3.76)$$

donde  $\phi$  es una variable dependiente,  $\Gamma_\phi$  es un coeficiente de difusión para  $\phi$ , y  $S_\phi$  es un término fuente. El término convectivo en la Ecuación (3.76) representa el flux de la variable  $\phi$  conveccionada por el flujo. El término difusivo representa el movimiento aleatorio de las moléculas debido a los gradientes en la densidad o número de moléculas. El término de fuente describe la producción o destrucción de  $\phi$ , el cual puede también ser usado para modelar cualquier término que no pueda ser representado por los términos de convección o difusión.

La Ecuación (3.76) describe el proceso por el cual una variable dependiente  $\phi$  es transportada a través del fluido, por lo cual es llamada ecuación de transporte. Para las ecuaciones de continuidad (ecuaciones (3.8) y (3.9)),  $\phi = 1$ , mientras que tanto  $\Gamma_\phi$  como  $S_\phi$  son iguales a cero, salvo para la Ecuación (3.9), el cual  $S_\phi$  se asoció a la transferencia de masa interfacial debido a la coalescencia y rompimiento de las burbujas. Para las

ecuaciones de momentum (ecuaciones (3.10) y (3.11)), la variable transportada es la velocidad  $\vec{v}$ ,  $\Gamma_\phi$  es la viscosidad efectiva, y  $S_\phi$  es la suma de las fuerzas que actúan sobre la partícula de fluido.

En el método del volumen finito, las ecuaciones diferenciales parciales de flujo, representadas por la Ecuación (3.76), son integradas sobre cada volumen de control. En la Figura 3.2 se muestra un esquema de los volúmenes de control utilizados en el método del volumen finito. En este caso el volumen de control central, cuyo centro se localiza en el punto P, está rodeado por otros volúmenes de control, cuyos centros corresponden a los puntos N, O, S y E. Las respectivas caras de los volúmenes de control adyacentes al volumen de control central se denotan por medio de las letras n,o,s y e.



**Figura 3.2** Volúmenes de control en el método del volumen finito (ANSYS® CFX, 2009)

La integración de la Ecuación (3.76) sobre un volumen de control proporciona la siguiente ecuación:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi) dV + \int_V \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i \phi) dV - \int_V \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) dV = \int_V S_\phi dV \quad (3.77)$$

Como puede verse, las integrales de volumen para los términos de convección y de difusión en la Ecuación (3.77) incluyen operadores de divergencia y de gradiente. Es por ello que para simplificar estos términos, estas integrales de volumen pueden convertirse en



---

integrales de superficie aplicando el Teorema de la Divergencia de Gauss, con lo cual se obtiene:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) dV + \int_S \rho v_i \phi n_i dS - \int_S \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} n_i dS = \int_V S_\phi dV \quad (3.78)$$

donde  $n_i$  es el componente cartesiano del vector normal a la superficie exterior. Esta ecuación contiene 4 términos que necesitan ser discretizados: un término transitorio, un término de difusión, un término de convección, y un término fuente. Las ecuaciones de momentum (ecuaciones (3.10) y (3.11)) también contienen un término de presión, el cual no satisface la forma general de una ecuación de transporte (Ecuación (3.76)). A continuación se presenta una descripción del procedimiento de discretización para estos 5 términos, la cual por simplicidad se presenta considerando 2 dimensiones. Cabe mencionar que esta descripción puede extenderse a 3 dimensiones por analogía.

### 3.7.1 Funciones de forma

La resolución de la Ecuación (3.77), requiere de la evaluación de las variables o sus gradientes en los puntos de integración (en adelante denotados por  $ip$ ). ANSYS® CFX lleva a cabo esto aproximando la solución de las incógnitas en todo el volumen de control mediante funciones de forma, las cuales interpolan el valor de las variables en cualquier punto del volumen de control a partir de las soluciones conocidas en los puntos nodales. Dado un elemento con  $n$  número de nodos, la solución de una variable  $\phi$  en cualquier punto de dicho elemento puede ser aproximada mediante la siguiente expresión:

$$\phi = \sum_{i=1}^n N_i \phi_i \quad (3.79)$$

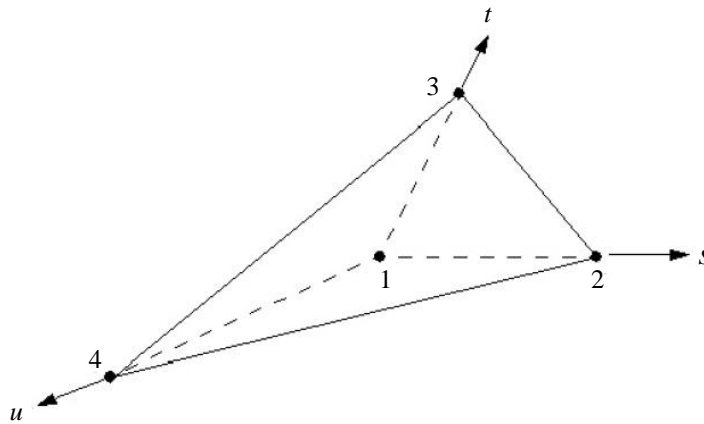
donde  $N_i$  es la función de forma para el nodo  $i$ , mientras que  $\phi_i$  es el valor de  $\phi$  en dicho nodo. La sumatoria en la expresión se realiza sobre todos los nodos de un elemento.

Las funciones de forma poseen las siguientes propiedades:

$$\sum_{i=1}^n N_i = 1 \quad (3.80)$$

$$\text{En el nodo } j, \quad N_i = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

A continuación se describen las funciones de forma para el caso de un elemento tetraédrico de una malla (debido que fue el tipo de elemento utilizado para estructurar la malla del dominio computacional en este trabajo). Tomando como base la Figura 3.3.



**Figura 3.3** Elemento tetraédrico de una malla (ANSYS® CFX, 2009)

las funciones de forma para los nodos 1,2 3 y 4 son, respectivamente:

$$N_1(s, t, u) = 1 - s - t - u \quad (3.81)$$

$$N_2(s, t, u) = s \quad (3.82)$$

$$N_3(s, t, u) = t \quad (3.83)$$

$$N_4(s, t, u) = u \quad (3.84)$$

---

### 3.7.2 Término transitorio

El término transitorio en la forma integral de la ecuación general de transporte (Ecuación (3.77)) en el  $n$ -ésimo paso de tiempo está dado por la siguiente aproximación para un flujo incompresible (Abbot y Basco, 1989):

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} \rho \phi dV \approx V \rho \frac{\phi^{n+\frac{1}{2}} - \phi^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \quad (3.85)$$

en la cual los superíndices  $n+\frac{1}{2}$  y  $n-\frac{1}{2}$  indican los valores al comienzo y al final del paso de tiempo, respectivamente, y donde  $\Delta t$  es el tamaño del paso de tiempo. Estos valores pueden obtenerse ya sea por medio del esquema de primer orden de Euler hacia atrás, o por medio del esquema de segundo orden de Euler hacia atrás. Si se utiliza el primero de estos esquemas, los valores de  $n+\frac{1}{2}$  y  $n-\frac{1}{2}$  son aproximados utilizando los valores de la solución del tiempo previo y del tiempo actual, respectivamente, es decir  $\phi^{n-1}$  y  $\phi^n$ . Por lo tanto se tiene:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} \rho \phi dV = V \rho \frac{\phi^n - \phi^{n-1}}{\Delta t} \quad (3.86)$$

Por otra parte, el esquema de segundo orden de Euler hacia atrás, el cual es más preciso, pero computacionalmente más costoso, aproxima los valores al principio y al final del paso de tiempo  $n$  utilizando los valores de solución previos en dos niveles, es decir  $\phi^{n-1}$  y  $\phi^{n-2}$ . Por lo tanto se tiene:

$$\phi^{n-\frac{1}{2}} = \phi^{n-1} + \frac{1}{2}(\phi^{n-1} - \phi^{n-2}) \quad (3.87)$$

$$\phi^{n+\frac{1}{2}} = \phi^n + \frac{1}{2}(\phi^n - \phi^{n-1}) \quad (3.88)$$

---

Debido a que la variable debe ser almacenada para un paso de tiempo extra, este esquema requiere más memoria computacional que el esquema de primer orden de Euler hacia atrás.

### 3.7.3 Términos difusivos

Mediante la aplicación del método estándar del elemento finito, las funciones de forma son utilizadas para evaluar las derivadas espaciales para todos los términos difusivos. Por ejemplo, la siguiente expresión es utilizada para evaluar la derivada de la variable  $\phi$  con respecto a la dirección  $x$  en el punto de integración  $ip$ :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{ip} = \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial N_i}{\partial x} \right|_{ip} \phi_i \quad (3.89)$$

donde la sumatoria se realiza sobre todas las funciones de forma presentes en el elemento.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial s} \\ \frac{\partial N}{\partial t} \\ \frac{\partial N}{\partial u} \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

La Ecuación (3.83) corresponde a la matriz jacobiana de transformación, la cual permite expresar las derivadas cartesianas de las funciones de forma en términos de sus derivadas locales.

### 3.7.4 Término convectivo

El término convectivo de la Ecuación (3.77) es integrado como la suma de los fluxes a través de las 4 caras que rodean el volumen de control central mostrado en la Figura 3.2. Por lo tanto, esto puede expresarse como:

---


$$\int_S \rho v_i \phi n_i dS = \rho v_e A_e \phi_e - \rho v_o A_o \phi_o + \rho v_n A_n \phi_n - \rho v_s A_s \phi_s \quad (3.91)$$

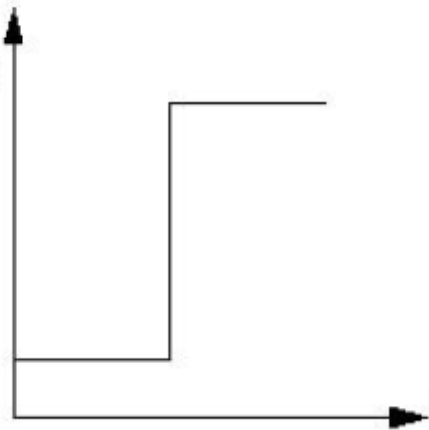
donde los subíndices n, o, s y e indican que los valores corresponden a las caras de los nodos denotadas por estas letras, y  $A$  es el área de estas caras. Como puede verse, la integración produce valores de  $\phi$  en cada cara del volumen de control central. Sin embargo, las variables de solución son almacenadas en los nodos de la malla, es decir, en los centros de los volúmenes de control (P, N, O, S y E). Por lo tanto, es necesario expresar los valores de  $\phi$  en la Ecuación (3.84) en términos de los valores de los nodos adyacentes. El método para especificar los valores en las caras en términos de los valores de los nodos adyacentes es llamado esquema de advección. En este esquema, el valor en las caras de una variable es calculado en un punto de integración, esto es  $\phi_{ip}$ , a partir del valor de la variable del nodo adyacente en la dirección normal al flujo (*upwind*),  $\phi_{up}$ , y del gradiente de la variable,  $\nabla \phi$ . Esto puede expresarse como sigue:

$$\phi_{ip} = \phi_{up} + \beta \nabla \phi \Delta \vec{r} \quad (3.92)$$

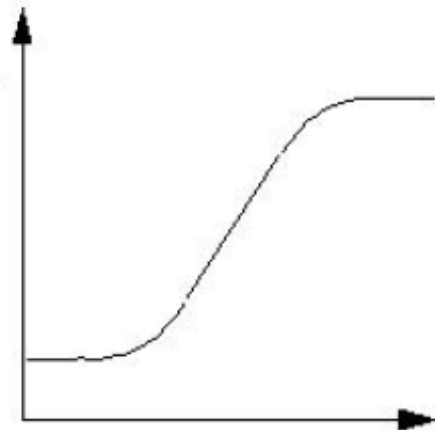
donde  $\beta$  es un factor de combinación y  $\Delta \vec{r}$  es el vector que conecta el punto de integración con el nodo vecino. La elección particular de los valores de  $\beta$  y  $\nabla \phi$  produce diferentes esquemas, los cuales se describen a continuación.

### **Esquema de diferenciación upwind de primer orden**

Este esquema se produce cuando  $\beta = 0$ . En este caso, el valor de la variable en un punto de integración es igual al valor registrado en el nodo adyacente. Este esquema, a pesar de ser altamente robusto, introduce errores de discretización al término difusivo (Anderson, 1995; ANSYS® CFX, 2009), los cuales tienden a generar pendientes en los escalones de gradientes espaciales, como se muestra en la Figura 3.4.

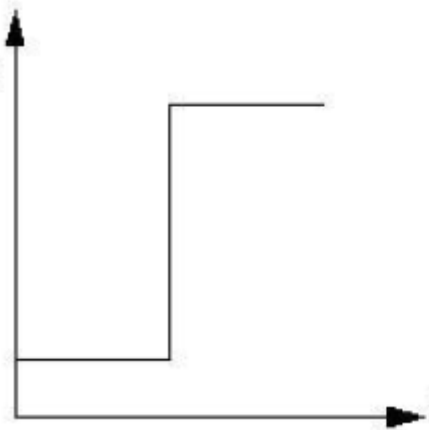


a) Comportamiento normal

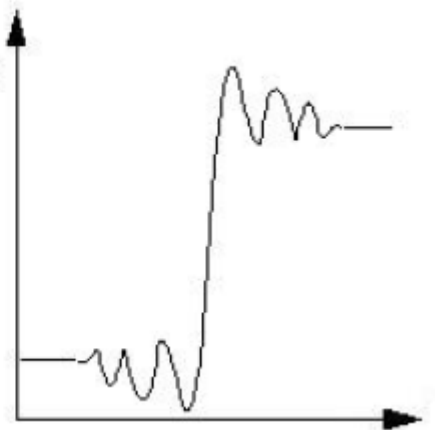


b) Esquema upwind de primer orden

**Figura 3.4** Comportamiento de los gradientes espaciales para el esquema upwind de primer orden  
(ANSYS® CFX, 2009)



a) Comportamiento normal



b) Esquema de valores especificados

**Figura 3.5** Comportamiento de los gradientes espaciales para el esquema de valores especificados  
(ANSYS® CFX, 2009)

### Esquema de valores especificados

Si se selecciona un valor de  $\beta$  entre 0 y 1, y además se elige un valor de  $\nabla\phi$  con una magnitud igual al promedio de los gradientes del nodo adyacente, se logran reducir los errores de discretización asociados al esquema upwind de primer orden. El término  $\beta \nabla\phi \Delta\vec{r}$ , llamado término de corrección advectiva, puede visualizarse como una corrección anti-difusiva aplicada al esquema upwind. Si se elige un valor de  $\beta = 1$ ,

---

generalmente se tiene una precisión de segundo orden, y la discretización resultante reproduce más adecuadamente los escalones de gradientes espaciales que el esquema upwind (Anderson, 1995; ANSYS® CFX, 2009). Sin embargo, este esquema puede introducir errores de discretización que tienden a provocar oscilaciones, no asociadas al comportamiento físico del problema, en regiones que existe una rápida variación en la solución (Figura 3.5).

### Esquema de alta resolución

El esquema de alta resolución evalúa un valor de  $\beta$  para cada nodo por medio de un procedimiento no lineal (ANSYS® CFX, 2009). El flujo advectivo es evaluado utilizando los valores de  $\beta$  y  $\nabla\phi$  del nodo adyacente. El procedimiento para evaluar  $\beta$  requiere que primero sean calculados un valor mínimo para  $\phi$ ,  $\phi_{\min}$ , y un valor máximo para  $\phi$ ,  $\phi_{\max}$ , en cada nodo, utilizando para ello un método de trazado de 3 puntos (*stencil*), de los cuales 2 de ellos están ubicados uno en cada nodo adyacente, y el restante está ubicado en el nodo mismo. Posteriormente, para cada punto de integración que rodea al nodo, la Ecuación (3.92) se resuelve para asegurar que  $\beta$  no presente un valor menor que  $\phi_{\min}$  o mayor que  $\phi_{\max}$ . El valor nodal de  $\beta$  corresponde al mínimo valor obtenido al comparar los valores estimados para los puntos de integración adyacentes al nodo en el cual es  $\beta$  evaluado, y que no excede el valor de 1.

#### 3.7.5 Término fuente

El término fuente en la Ecuación (3.77) es discretizado como (Patankar, 1980):

$$\int_V S_\phi dV = \overline{S_\phi} V \quad (3.93)$$

donde la barra superior en el término  $S_\phi$  indica que se trata del valor promedio de la misma a través del volumen de control.

---

### 3.7.6 Acoplamiento presión-velocidad

ANSYS® CFX utiliza un diseño de malla “no escalonada” (todas las variables son definidas en el mismo punto de la malla), de tal manera que los volúmenes de control son idénticos para todas las ecuaciones de transporte. Sin embargo, como es discutido por Patankar (1980), este tipo de diseños conllevan a un desacoplamiento del campo de presión. Rhie y Chow (1982) propusieron una discretización alternativa para los flujos másicos, con el fin de prevenir el desacoplamiento, y esta discretización fue modificada por Majumdar (1988), que logró remover la dependencia de la solución en estado estacionario con el tamaño del paso de tiempo. Una estrategia similar es utilizada por ANSYS® CFX. Aplicando una ecuación tipo momentum a cada punto de integración, se obtiene una expresión del siguiente tipo para la velocidad advectiva en cada punto de integración:

$$v_{i,ip} = \bar{v}_{i,ip} + f_{ip} \left( \left. \frac{\partial p}{\partial x_i} \right|_{ip} - \left. \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right|_{ip} \right) - c_{ip} f_{ip} (v_{i,ip}^0 - \bar{v}_{i,ip}^0) \quad (3.94)$$

$$f_{ip} = \frac{d_{ip}}{1 - c_{ip} d_{ip}} \quad (3.95)$$

$$d_{ip} = -\frac{V}{A} \quad (3.96)$$

$$c_{ip} = \frac{\rho}{\Delta t} \quad (3.97)$$

donde  $A$  es la aproximación al coeficiente central de la ecuación de momentum, excluyendo el término transitorio, las barras superiores en los términos de velocidad y presión indican el promedio de los valores en el vértice adyacente al punto de integración, mientras que el superíndice 0 indica los valores al paso de tiempo previo.

### 3.8 MÉTODO DE SOLUCIÓN: EL RESOLVEDOR ACOPLADO

Los llamados “resolvedores segregados” emplean una estrategia de solución donde las ecuaciones de momentum son resueltas en primer lugar, utilizando para ello un valor supuesto para la presión, tras lo cual se obtiene una ecuación para la corrección de la



---

presión. Debido a la naturaleza “suposición-corrección” del sistema lineal, generalmente se requiere de un gran número de iteraciones para seleccionar coherentemente los parámetros de relajación para las variables.

ANSYS® CFX utiliza un resolvente acoplado, el cual resuelve las ecuaciones hidrodinámicas (para  $u$ ,  $v$ ,  $w$  y  $p$ ) como un único sistema. Para aproximar la solución se utiliza una discretización completamente implícita de las ecuaciones a cualquier paso de tiempo dado. Para problemas en estado estacionario, el paso de integración se comporta como un “parámetro de aceleración”, el cual guía las soluciones aproximadas en una forma basada en la física a una solución en estado estacionario. Esto reduce el número de iteraciones requeridas para alcanzar la convergencia en problemas de estado estacionario, o en el caso de un análisis dependiente del tiempo, permite calcular la solución para cada paso de tiempo (ANSYS® CFX, 2009). La Figura 3.6 permite ilustrar mediante un diagrama de flujo, el proceso general de solución empleado por ANSYS® CFX.

La solución de cada conjunto de ecuaciones mostrado en el diagrama de flujo consiste en dos operaciones numéricas intensivas. Para cada paso de tiempo:

1. Generación de coeficientes: Las ecuaciones no lineales son linealizadas y ensambladas en la matriz de solución.
2. Solución de las ecuaciones: Las ecuaciones son resueltas utilizando un método algebraico multimalla.

Cuando el resolvente de ANSYS® CFX está encontrando los campos de solución, la iteración exterior (o paso de tiempo) es controlada por la escala de tiempo físico (para análisis en estado estacionario) o por el paso de tiempo (para análisis en estado transitorio). Solamente se lleva a cabo una iteración interna (linealización) por cada iteración externa en análisis en estado estacionario, mientras que para análisis en estado transitorio se llevan a cabo múltiples iteraciones internas por cada paso de tiempo (ANSYS® CFX, 2009).

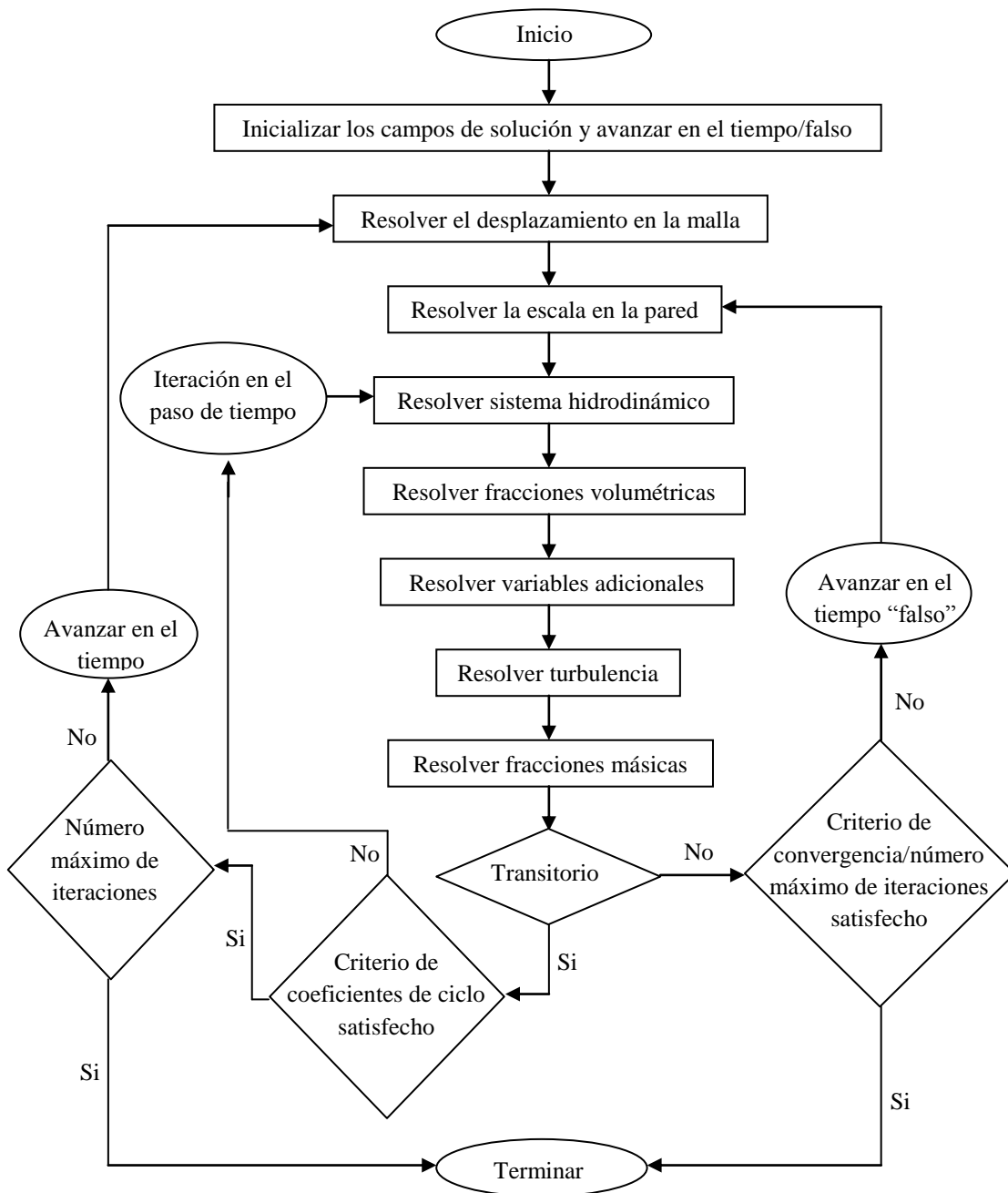


Figura 3.6 Algoritmo de solución empleado por ANSYS® CFX (ANSYS® CFX, 2009)

### 3.8.1 Solución de las ecuaciones lineales

ANSYS® CFX utiliza una técnica de factorización ILU multimalla para resolver el sistema discreto de ecuaciones linealizadas. Este es un proceso de solución mediante el cual la solución exacta de las ecuaciones es aproximada en el transcurso de varias iteraciones. El

---

sistema linealizado de ecuaciones discretas puede expresarse de la siguiente forma matricial:

$$[A] [\varphi] = [b] \quad (3.98)$$

donde  $[A]$  es la matriz de coeficientes,  $[\varphi]$  es el vector solución y  $[b]$  es llamado “término del lado derecho”.

La Ecuación (3.98) puede resolverse en forma iterativa comenzando con una solución aproximada,  $\varphi^n$ , la cual será mejorada por una corrección,  $\varphi'$ , para llegar a una mejor solución,  $\varphi^{n+1}$ , esto es:

$$\varphi^{n+1} = \varphi^n + \varphi' \quad (3.99)$$

donde  $\varphi'$  es la solución de:

$$A \varphi' = r^n \quad (3.100)$$

con  $r^n$ , el residual, el cual es obtenido como sigue:

$$r^n = b - A \varphi^n \quad (3.101)$$

La aplicación repetida de este algoritmo proporcionará una solución para la precisión deseada.

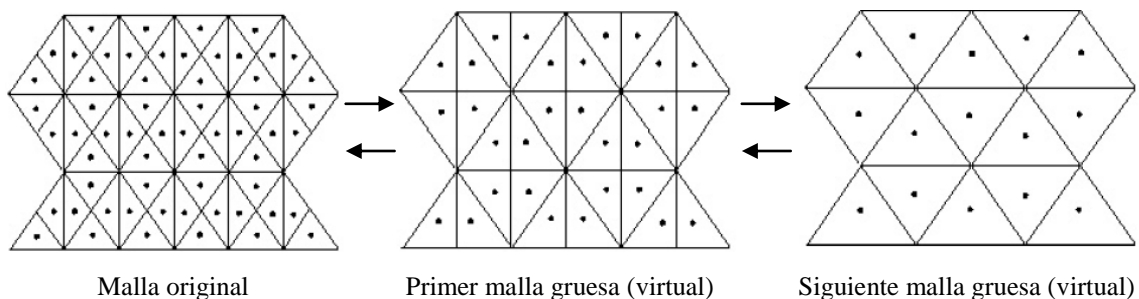
### 3.8.2 Método de Multimalla Algebraico

Por si mismos, los resolvedores basados en la factorización ILU tienden rápidamente a reducir su desempeño conforme el número de elementos de la malla computacional se incrementa. El desempeño también tiende a disminuir rápidamente si existen grandes relaciones de aspecto en los elementos existentes.

---

El comportamiento de la convergencia en muchas técnicas de inversión de matrices pueden mejorarse considerablemente mediante la aplicación de las técnicas “multimalla”. El proceso multimalla implica realizar iteraciones primarias en una malla fina e iteraciones posteriores en una malla virtualmente cada vez más gruesa. Los resultados son entonces transferidos desde la malla más gruesa hacia la malla fina original.

El método de Multimalla Algebraico forma un sistema de ecuaciones discretas para una malla gruesa mediante la suma de las ecuaciones de la malla fina. Esto resulta en el engrosamiento virtual del espaciamiento de la malla durante el transcurso de las iteraciones, y en un nuevo refinamiento de la malla que permite obtener una solución exacta. Esta técnica mejora significativamente la velocidad de convergencia (ANSYS® CFX, 2009). El método de Multimalla Algebraico es computacionalmente menos costoso que otros métodos multimalla debido a que la discretización de las ecuaciones no lineales se lleva a cabo solamente una vez para la malla más fina. ANSYS® CFX implementa una particularidad del método Algebraico Multimalla llamada Corrección Aditiva. Esta aproximación es perfecta para su implementación en el resolvidor del software (CFX-Solver®), debido a que toma ventaja del hecho de que las ecuaciones discretas permiten representar el balance de las cantidades conservadas sobre un volumen de control. Las ecuaciones de la malla gruesa pueden originarse a partir de la unión de los volúmenes de control originales para crear volúmenes de control más grandes, como se muestra en la Figura 3.7 A pesar de que en la Figura 3.7 se muestran las mallas gruesas unidas con una forma regular, en general su forma puede llegar a ser muy irregular. Por lo tanto, las ecuaciones de la malla gruesa imponen requerimientos conservativos sobre un mayor volumen y de este modo permiten reducir el error (ANSYS® CFX, 2009).



**Figura 3.7** Engrosamiento progresivo de la malla en el método multimalla (ANSYS® CFX, 2009)

---

### 3.8.3 Procedimiento de normalización de residuales

Como se mencionó anteriormente, el residual  $[r]$  es expresado como el imbalance en el sistema linealizado de ecuaciones discretas. Una vez calculados los residuales, estos son normalizados con el propósito de monitorear los valores de la solución y para obtener un criterio de convergencia (ANSYS® CFX, 2009). Para cada solución de la variable, el residual normalizado está dado en su forma general por:

$$[\tilde{r}_\phi] = \frac{[r_\phi]}{a_p \Delta\phi} \quad (3.102)$$

donde  $r_\phi$  es el residual del volumen de control,  $a_p$  es el coeficiente representativo del volumen de control, y  $\Delta\phi$  es el intervalo representativo de la variable en el dominio. El cálculo exacto de  $a_p$  y  $\Delta\phi$  no es simple y no será presentado en este trabajo.

# **CAPÍTULO 4**

## **SIMULACIÓN EN ASPEN PLUS® DE LOS POZOS DE GAS CON PRODUCCIÓN DE AGUA: METODOLOGÍA Y RESULTADOS**

En este capítulo se presenta y describe la metodología seguida para simular en Aspen Plus® la producción de gas y agua en un pozo, además de los resultados obtenidos al efectuar dicha simulación. Como parte de esta descripción, se presentan las etapas generales que conlleva una simulación en estado estable en Aspen Plus® del pozo, incluyendo la creación del modelo, las condiciones para las corrientes de entrada o de fondo al pozo, las especificaciones para los segmentos de tubería que, acoplados, forman el modelo del pozo, y la selección del método para el cálculo del término de fricción en la ecuación de la caída de presión y de las fracciones volumétricas, el cual en este caso fue el de Beggs y Brill. Posteriormente se presenta un análisis basado en la comparación entre los perfiles de presión reportados y los calculados por medio de la simulación de dos pozos en los que se instaló el dispositivo Venturi. Finalmente se presentan los resultados correspondientes al patrón de flujo calculado por medio de la simulación de los pozos.

---

## **4.1 METODOLOGÍA PARA LA SIMULACIÓN EN ASPEN PLUS® DE UN POZO DE GAS CON PRODUCCIÓN DE AGUA**

Al efectuar la simulación de un proceso, Aspen Plus® utiliza un método modular secuencial, lo cual implica la interpretación del diagrama de flujo del proceso como un grupo de unidades (o equipos), para cada una de las cuales existen subrutinas de cálculo o módulos. En el método modular secuencial, un módulo o subrutina de cálculo determina las variables de las corrientes de salida de una unidad de proceso con base en el modelo matemático que la representa, dadas las variables de las corrientes de entrada y los parámetros de diseño de dicha unidad. Aspen Plus® cuenta con una amplia biblioteca de módulos, como columnas de destilación, reactores, intercambiadores de calor, tuberías, válvulas, etc., que puede ser utilizada para simular una gran diversidad de diagramas de flujo de proceso de manera completa y flexible.

Las principales etapas para efectuar una simulación en Aspen Plus®:

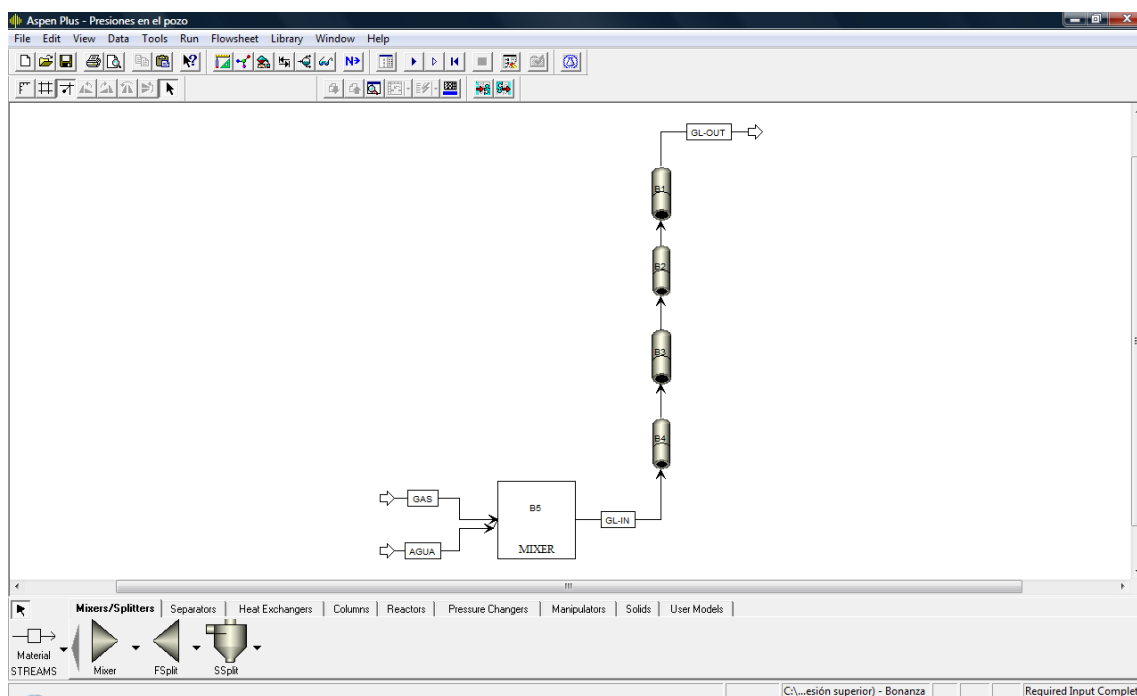
1. Construcción del modelo del proceso.
2. Selección de los componentes involucrados en el proceso.
3. Selección del método para la estimación de propiedades termodinámicas y de transporte.
4. Introducción de los datos de las corrientes de alimentación.
5. Introducción de las especificaciones para las unidades de proceso.
6. Ejecución de la simulación.
7. Visualización de resultados.

A continuación se presenta el desarrollo de estas etapas para la simulación del pozo de gas con producción de agua realizada en este trabajo.

### **4.1.1 Construcción del modelo para el pozo de gas con producción de agua**

Un pozo productor puede representarse en Aspen Plus® por medio del modelo de operaciones unitarias PIPELINE (Figura 4.1). Este modelo calcula la presión de entrada (en

el fondo del pozo), dada una presión de salida, para un tramo de tubería o para varios segmentos de tubería acoplados con o sin cambio de diámetro entre cada segmento. Como se muestra en la Figura 4.1, el flujo es en dirección ascendente y la alimentación del gas y del agua se localiza en la parte inferior del pozo, siendo ambas corrientes mezcladas antes de entrar al mismo por medio del modelo MIXER.



**Figura 4.1** Modelo del pozo de gas en el ambiente de simulación de Aspen Plus®

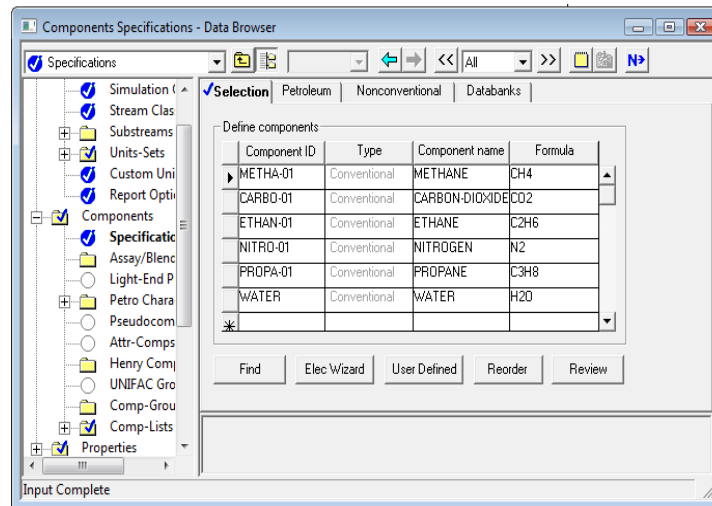
#### 4.1.2 Selección de los componentes y del método de propiedades para el modelo

Una vez que se ha construido el modelo del pozo productor, primeramente es necesario definir los componentes involucrados en la simulación del proceso. Dado que el gas producido en los pozos de estudio se compone de una mezcla de hidrocarburos, como metano, etano y propano, combinados con dióxido de carbono y nitrógeno, estos junto con el agua se establecen como los componentes presentes (Figura 4.2a).

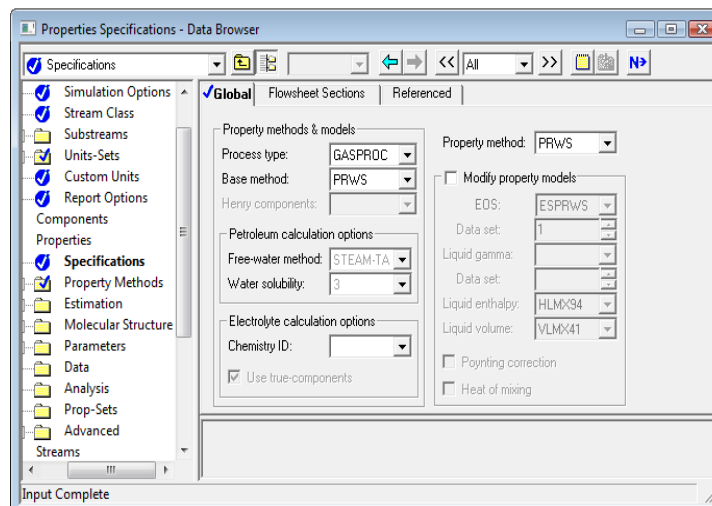
Para realizar la simulación del pozo productor, además de definir los componentes presentes, se debe seleccionar un método de propiedades adecuado (Figura 4.2b). Un método de propiedades es un conjunto de modelos que Aspen Plus® utiliza para calcular tanto las propiedades termodinámicas (coeficientes de fugacidad, entalpía, entropía, energía



libre de Gibbs y el volumen molar) como las propiedades de transporte (viscosidad, conductividad térmica, coeficiente de difusión y tensión superficial) de las mezclas resultantes entre los componentes.



a) Especificación de componentes



b) Especificación del método de propiedades

**Figura 4.2** Ventanas en Aspen Plus® para la especificación de componentes y modelos de propiedades

De acuerdo a Huron y Vidal (1979), Dahl y Michelsen (1990) y Wong y Sandler (1992), en el modelado de sistemas a altas presiones con componentes polares, lo recomendable es utilizar métodos de propiedades basados en ecuaciones de estado con reglas de mezclado que empleen modelos de coeficientes de actividad. Este tipo de métodos permiten predecir el equilibrio líquido-vapor de las mezclas con un buen grado de

confianza. Con base en lo anterior, en este trabajo se utilizó el método PR-WS, el cual, además de estar basado en la ecuación de estado de Peng-Robinson (1976), utiliza las reglas de mezclado propuestas por Wong y Sandler (1992) para tomar en cuenta la presencia del agua en el gas producido.

#### 4.1.3 Introducción de los datos para las corrientes de entrada

Una vez establecidos los componentes involucrados y un método de propiedades para efectuar la simulación del pozo productor, se deben introducir las variables necesarias para especificar completamente las corrientes de alimentación de gas y de agua al modelo. Debido a que se tienen los registros de presión y temperatura a diferentes profundidades del pozo, el caudal y la composición del gas producido, es posible definir las corrientes de alimentación mencionadas con estos datos (Tabla 4.1).

**Tabla 4.1** Datos de entrada para las corrientes de gas y agua en el fondo del pozo

Corriente	Variable a especificar	Valor
GAS	Presión	2094.852 psia
	Temperatura	107.386 °C
	Flujo total	0.149 MMpc <sup>3</sup> /día
	Fracción molar de CH <sub>4</sub>	0.9636
	Fracción molar de CO <sub>2</sub>	0.0323
	Fracción molar de C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	0.0031
	Fracción molar de N <sub>2</sub>	0.0008
	Fracción molar de C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	0.0002
	Fracción molar de H <sub>2</sub> O	0
AGUA	Presión	2094.852 psia
	Temperatura	107.386 °C
	Flujo total	52 bpd <sup>b</sup>
	Fracción molar de CH <sub>4</sub>	0
	Fracción molar de CO <sub>2</sub>	0
	Fracción molar de C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	0
	Fracción molar de N <sub>2</sub>	0
	Fracción molar de C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	0
	Fracción molar de H <sub>2</sub> O	1

<sup>a</sup>Millones de pies cúbicos, <sup>b</sup>barriles estándar por día

Los datos presentados en la Tabla 4.1 corresponden a las corrientes de agua y de gas de alimentación al pozo a una profundidad de 2000 m, que fue donde instaló el dispositivo Venturi en la práctica.

#### 4.1.4 Especificaciones de los bloques de operaciones unitarias

Antes de ejecutar la simulación del modelo, se deben introducir las especificaciones para todos los bloques que forman el mismo. La Tabla 4.2 muestra las especificaciones proporcionadas para los bloques del modelo construido en este trabajo. En este punto es importante mencionar que, además del cálculo de los perfiles de presiones en el pozo para distintas tasas de producción de agua, gracias a la correlación de Beggs y Brill es posible obtener la información concerniente al patrón de flujo que puede existir en el pozo para los flujos de gas y agua especificados.

**Tabla 4.2** Especificaciones de los bloques que integran el modelo del pozo de gas

Bloque	Ajuste	Opción	Valor o especificación
B4 (PIPELINE)	Configuración	Dirección de cálculo	Calcular presión de salida
		Opción térmica	Perfil de temperatura lineal
	Conectividad (segmento 1)	Nodo de entrada: B4-I	Temperatura: No especificada
		Nodo de salida: B4-O	Temperatura: 92.521 °C
		Longitud del segmento	500 m
	Métodos	Diámetro del segmento	2.99 in
Correlación del término de fricción		Beggs-Brill	
		Correlación de la fracción volumen	Beggs-Brill
B3 (PIPELINE)	Configuración	Dirección de cálculo	Calcular presión de salida
		Opción térmica	Perfil de temperatura lineal
	Conectividad (segmento 1)	Nodo de entrada: B3-I	Temperatura: No especificada
		Nodo de salida: B3-M	Temperatura: 87.299 °C
		Longitud del segmento	155 m
	Conectividad (segmento 2)	Diámetro del segmento	2.99 in
		Nodo de entrada: B3-M	Temperatura: 87.299 °C
		Nodo de salida: B3-O	Temperatura: 92.521 °C
		Longitud del segmento	345 m
		Diámetro del segmento	2.99 in

**Tabla 4.2** Especificaciones de los bloques que integran el modelo del pozo de gas (continuación)

Bloque	Ajuste	Opción	Valor o especificación
B3 (PIPELINE)	Métodos	Correlación del término de fricción Correlación de la fracción volumen	Beggs-Brill Beggs-Brill
B2 (PIPELINE)	Configuración  Conectividad (segmento 1)  Métodos	Dirección de cálculo Opción térmica Nodo de entrada: B2-I Nodo de salida: B2-O Longitud del segmento Diámetro del segmento Correlación del término de fricción Correlación de la fracción volumen	Calcular presión de salida Perfil de temperatura lineal Temperatura: No especificada Temperatura: 58.166 °C 500 m 2.99 in Beggs-Brill Beggs-Brill
B1 (PIPELINE)	Configuración  Conectividad (segmento 1)  Conectividad (segmento 2)  Métodos	Dirección de cálculo Opción térmica Nodo de entrada: B1-I Nodo de salida: B1-M Longitud del segmento Diámetro del segmento Nodo de entrada: B1-M Nodo de salida: B1-O Longitud del segmento Diámetro del segmento Correlación del término de fricción Correlación de la fracción volumen	Calcular presión de salida Perfil de temperatura lineal Temperatura: No especificada Temperatura: 37.737 °C 348 m 2.99 in Temperatura: 37.737 °C Temperatura: 28.815 °C 152 m 2.99 in Beggs-Brill Beggs-Brill
B5 (MIXER)	Opciones de flash	Presión Fases válidas	0 psia Vapor - líquido

#### 4.1.5 Creación de una especificación de diseño para la presión en la superficie

Dado que en este trabajo se deseaba tener una noción de la magnitud de la presión necesaria en el fondo del pozo para llevar un flujo específico tanto de gas como de agua hacia la superficie, era necesario que la simulación del modelo construido para el pozo de gas proporcionara el valor de la presión en el fondo del mismo. Para lograr esto, se decidió incluir una especificación de diseño para el modelo (Aspen Plus®, 2001). En esta

especificación, la presión en la salida del pozo se estableció como una función objetivo, cuyo valor se alcanzó mediante la manipulación del valor de la presión en la corriente ubicada en el fondo del pozo a la salida del mezclador (MIXER), en la cual el gas y el agua están mezclados. En la Tabla 4.3 se presentan los datos proporcionados para la especificación de diseño establecida en el modelo del pozo de gas en este trabajo.

**Tabla 4.3** Datos proporcionados para la especificación de diseño en el modelo del pozo de gas

Ajuste	Opción	Valor o especificación
Definición	Nueva variable	Nombre: PRESS
	Definición de la variable	Categoría: Corriente Tipo: Variable de corriente Corriente: GL-OUT Variable: PRES
Especificación de diseño	Especificación	PRESS
	Objetivo	1624.221
	Tolerancia	0.0001
Modificación	Variable manipulada	Tipo: Variable de corriente Nombre de la corriente: GL-IN Variable: PRES
	Límites de la variable	Inferior: 1000 Superior: 3000

Cabe mencionar que el valor de la presión para las corrientes de entrada (Tabla 4.1), se proporciona solo para especificar estas corrientes, como se mencionó en la sección 4.1.3.

## 4.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para encontrar las presiones de salida al ejecutar la simulación del modelo del pozo de gas, Aspen Plus® resuelve la ecuación del balance de momentum para flujo multifásico (Ecuación 2.17) mediante una integración numérica, incluyendo además las correlaciones necesarias para estimar los términos de fricción y la fracción volumétrica del gas y del agua (Aspen Plus®, 2001).

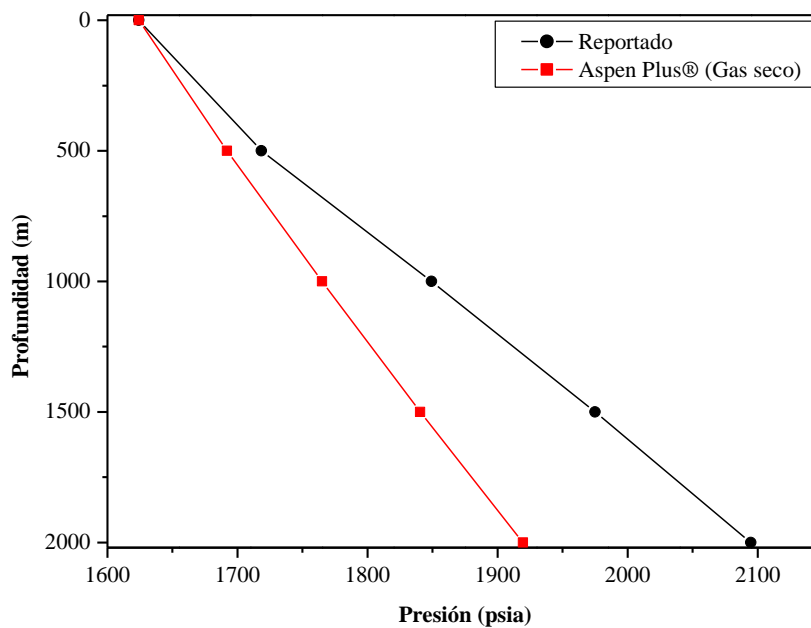
Una vez que se efectúa la simulación del modelo del pozo de gas, se obtiene el perfil de presiones a través del mismo. A continuación se presentan los resultados

---

obtenidos, en primer lugar sin considerar la producción de agua (gas seco), y posteriormente considerando la producción de la misma.

#### 4.2.1 Producción de gas seco

En la Figura 4.3 se presenta una comparación entre el perfil de presiones reportado y el perfil de presiones obtenido al efectuar la simulación del modelo del pozo de gas sin considerar producción de agua.



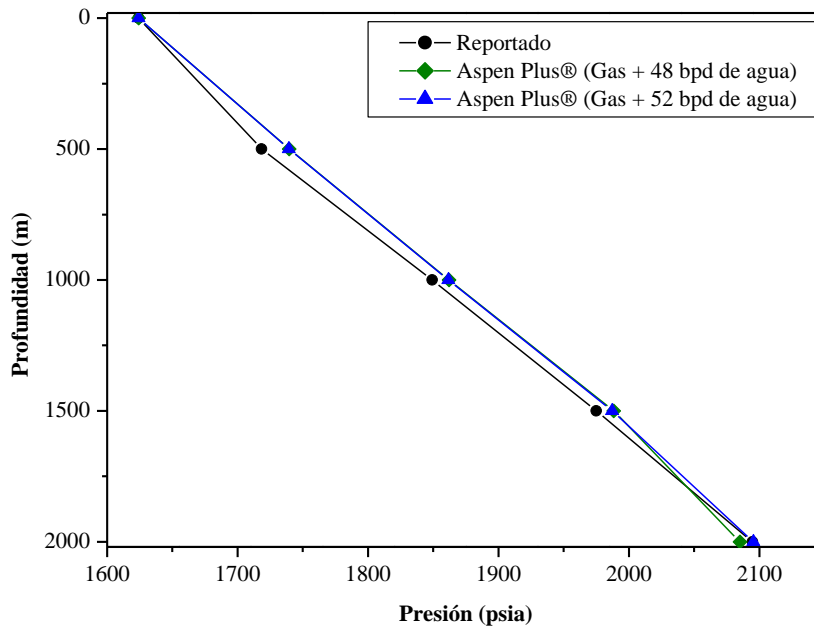
**Figura 4.3** Comparación entre el perfil de presiones reportado y el perfil calculado sin considerar la producción de agua

Es importante mencionar que, a pesar de que en los datos reportados se indica que existe una producción de agua de aproximadamente 48 bpd, en este primer caso se efectuó la simulación del pozo de gas sin considerar la producción de la misma. Tomando en cuenta lo anterior, y como puede observarse en la Figura 4.3, el perfil de presiones calculado indica claramente que la presión de empuje necesaria desde el fondo del pozo es menor cuando se debe producir solamente gas, como es de esperarse.

---

## 4.2.2 Producción simultánea de gas y agua

Como se mencionó en la sección 4.2.1, los datos reportados indicaban que el pozo de estudio tuvo una producción de 48 barriles de agua el día de la lectura de datos, por lo que este flujo se utilizó para efectuar la simulación del pozo de gas con producción de agua. Los resultados obtenidos se presentan en la Figura 4.4.



**Figura 4.4** Comparación entre el perfil de presiones reportado y el perfil calculado sin considerar la producción de agua

Como puede observarse en la Figura 4.4, cuando se considera un flujo de producción de agua de 48 bpd, el perfil de presiones obtenido por Aspen Plus® logra empatar en buena medida el perfil de presiones reportado. Sin embargo, al hacer una observación minuciosa puede apreciarse que el valor de la presión calculado a 2000 m de profundidad es menor al valor reportado, por lo cual, considerando que al incrementarse el flujo de material se incrementa la presión del fondo requerida para elevar esa cantidad de material a través del pozo, se decidió aumentar el flujo de agua para tratar de reproducir este último valor. Como era de esperarse, al incrementar el flujo de agua producida a un valor de 52 bpd se logran empatar los valores reportado y calculado para la presión de fondo. Es importante destacar que el flujo teórico de agua con el cual Aspen Plus™ logra

reproducir en mayor medida el perfil de presiones reportado, no difiere en forma apreciable del flujo real de producción.

Con base en estos resultados, se pudo concluir que Aspen Plus® logra reproducir con un buen grado de confianza el comportamiento real del perfil de presiones generado por el flujo simultáneo de gas y agua en un pozo productor.

Como se mencionó al final de la sección 4.1.1, una de las ventajas más importantes al trabajar con el modelo PIPELINE bajo un régimen de producción en el que se tiene un flujo multifásico es que se puede obtener el patrón de flujo que puede existir en el pozo para los flujos de gas y líquido especificados. Por lo tanto, de los resultados proporcionados por Aspen Plus® se determinó que existía un patrón de flujo tipo anular-neblina (Figura 4.5). Como se mencionó en el Capítulo 2, este patrón se asocia a un flujo de gas con una velocidad mayor que la de la fase líquida, donde además, esta última fluye en forma dispersa en la fase gaseosa, formando eventualmente una película sobre la pared del pozo.

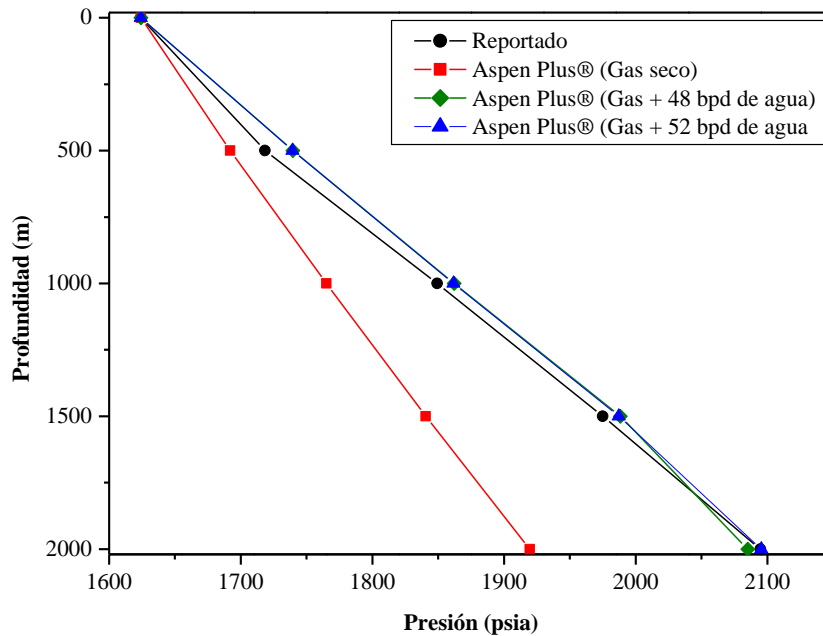
Node name	Stream pressure	Stream temperature	Liquid vol. fraction	Mixture velocity	Flow regime
	psia	C		m/sec	
A	1739.50529	58.166002	0.00179450	9.99825306	MIST
B	1658.04656	37.7370017	0.00221458	9.43677746	MIST
C	1624.221	28.8150013	0.00236262	9.15096199	MIST

**Figura 4.5** Ventana de resultados de Aspen Plus® que muestra el patrón de flujo presente en el último tramo del pozo

En virtud de los resultados obtenidos, se pudo establecer como una primera explicación que el dispositivo Venturi estaba promoviendo que el flujo de la mezcla de gas y agua tuviera un patrón de flujo tipo neblina. Como se sabe, este patrón produce una caída de presión menor que la caída de presión que se pudiera tener si el agua estuviera estancada en el fondo del pozo y el gas tratara de fluir a través de la misma (flujo burbujeante), debido a que esto implicaría un incremento en la presión en el fondo del pozo para vencer esta resistencia al flujo.

Finalmente, en la Figura 4.6 se muestra una comparación entre los perfiles de presión calculados considerando distintos flujos de producción de agua, y el perfil de presiones reportado.





**Figura 4.6** Comparación entre el perfil de presiones reportado y los perfiles calculados considerando distintas tasas de producción de agua

Los perfiles de presiones presentados en la Figura 4.6 permiten corroborar que, a pesar de que el agua y el gas fluyen a través del pozo con un patrón de flujo tipo neblina, el efecto que el agua tiene en la presión necesaria para llevar la mezcla hacia la superficie es considerable; es decir, mientras que para llevar un flujo de gas seco a la superficie se requiere una presión en el fondo de aproximadamente 1925 psia, para llevar el mismo flujo de gas además de 48 barriles de agua se requieren aproximadamente 2100 psia.

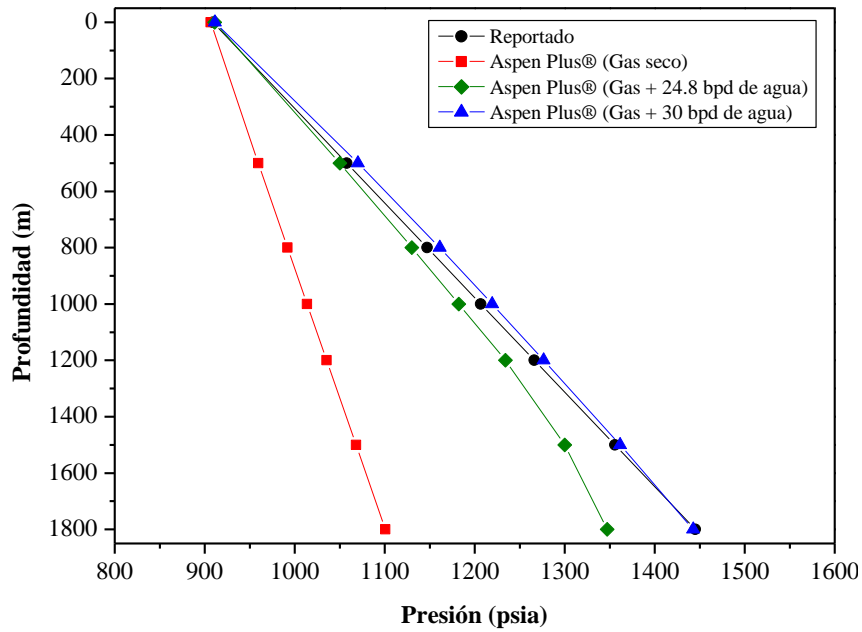
#### 4.2.3 Resultados para un segundo pozo productor

Los resultados presentados corresponden a un solo pozo productor en los que se instaló el dispositivo Venturi. Sin embargo, fue posible obtener los datos de producción de un segundo pozo (en adelante llamado C1) con el mismo dispositivo instalado, encontrándose resultados similares a los presentados para el primer pozo. Debido a que la metodología detallada para efectuar la simulación del pozo productor en Aspen Plus® se presentó con anterioridad, solamente se mostrarán los datos generales necesarios en dichas simulaciones (Tabla 4.4).

**Tabla 4.4** Datos de entrada para la simulación del pozo productor C1 en Aspen Plus®

Variable	Valor o especificación	
Composición molar del gas	CH <sub>4</sub>	0.9066
	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	0.0527
	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	0.0211
	i- C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0.0061
	i- C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0.0021
	n- C <sub>6</sub> H <sub>14</sub>	0.0028
	CO <sub>2</sub>	0.0053
	N <sub>2</sub>	0.0033
Perfil de temperaturas	0 m	41.93 °C
	500 m	58.91 °C
	800 m	69.46 °C
	1000 m	76.39 °C
	1200 m	82.16 °C
	1500 m	90.71 °C
	1800 m	97.22 °C
Flujos de producción	Gas	0.160 MMpc <sup>3</sup> /día
	Agua	24.8 bpd
Dimensiones del pozo	Longitud	1800 m
	Diámetro interior	2.99 in

Los resultados de la simulación de este pozo se presentan en la Figura 4.7. Al observar estos resultados puede corroborarse que se tiene prácticamente la misma tendencia que en los resultados presentados para el primer pozo productor. Nuevamente, para el pozo C1 puede observarse que el perfil de presiones calculado con Aspen Plus®, considerando el flujo de producción de agua reportado, difiere del perfil de presiones real, demostrándose la mayor desviación entre estos valores para los segmentos más profundos del pozo. Es por ello que se decidió aumentar el flujo de agua en las simulaciones posteriores, encontrándose que para un valor de 30 bpd, el cual no difiere en forma considerable del valor real, el perfil de presiones calculado prácticamente empata al perfil de presiones real.



**Figura 4.7** Comparación entre el perfil de presiones reportado y los perfiles calculados considerando distintas tasas de producción de agua en el pozo C1

Finalmente, después de corroborar la capacidad de reproducción de los datos reales que posee Aspen Plus® pudo estimarse el patrón de flujo existente en el pozo para los flujos de producción de gas y agua especificados, encontrándose nuevamente que este correspondía a un flujo tipo anular-neblina, y con lo cual se reafirmó la hipótesis planteada al analizar los resultados presentados en la sección 4.2.2.

## **CAPÍTULO 5**

# **SIMULACIÓN EN ANSYS® CFX DEL FLUJO GAS-LÍQUIDO A TRAVÉS DEL DISPOSITIVO VENTURI: METODOLOGÍA Y RESULTADOS**

En este capítulo se presenta la metodología empleada para modelar y simular el comportamiento del flujo de burbujas de gas y agua a través del dispositivo Venturi, además de los resultados obtenidos al efectuar dicha simulación. Los casos de estudio consistieron en una simulación transitoria en la cual se consideró una columna de agua estancada como condición inicial y una simulación en estado estable, en la cual se estableció un flujo estable de gas y agua en forma simultánea. En la descripción de la metodología empleada, se presentan las etapas generales que conlleva la simulación en ANSYS® CFX del flujo gas-líquido a través del dispositivo Venturi. Entre ella se incluye la generación y mallado de la geometría, la especificación de las condiciones de entrada, y la especificación de los modelos para el dominio, útiles en el cálculo de la turbulencia, de las fuerzas interfaciales, y de la distribución de los tamaños de burbuja. Posteriormente se presenta el análisis de los resultados obtenidos al efectuar estas simulaciones, incluyendo los perfiles de presión, los perfiles de velocidad del gas y del agua, los perfiles de la fracción volumétrica del gas, y la distribución de los tamaños de las burbujas.

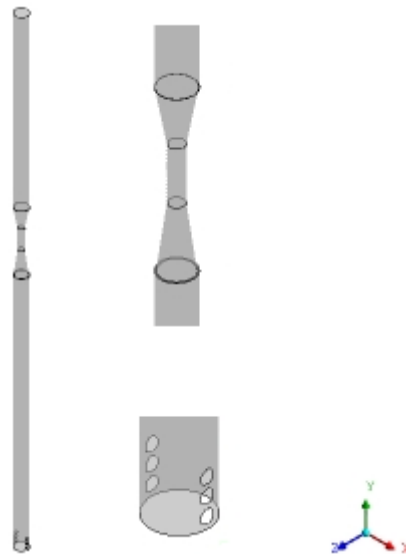
---

## 5.1 METODOLOGÍA PARA LA SIMULACIÓN EN ANSYS® CFX DEL FLUJO GAS-LÍQUIDO A TRAVÉS DEL DISPOSITIVO VENTURI

### 5.1.1 Generación de la geometría del dispositivo Venturi

El dispositivo utilizado en las simulaciones CFD consiste en un Venturi conectado cada extremo a un segmento de tubería vertical, los cuales a su vez van anclados dentro del pozo productor. En este trabajo se ubicaron 3 orificios a cada extremo del segmento de tubería inferior para representar las entradas del gas. A continuación se presentan las dimensiones del dispositivo descrito. Para el Venturi, la longitud de la sección convergente y su ángulo, respecto a las secciones de tubería verticales, son 3.2 in y  $7.5^\circ$ , respectivamente; la longitud de la sección divergente y su ángulo, respecto a las secciones de tubería verticales, son 2.69 in y  $170^\circ$ , respectivamente, y la longitud de la garganta es 2.8 in. La longitud de las secciones de tubería inferior y superior son 35 y 25 in, respectivamente; el diámetro interior de estas secciones es de 1.75 in, y el diámetro de los orificios de entrada del gas es de 0.4 in.

En la Figura 5.1 se muestra la geometría del dispositivo Venturi, la cual fue creada en el software Design Modeler® de ANSYS®.

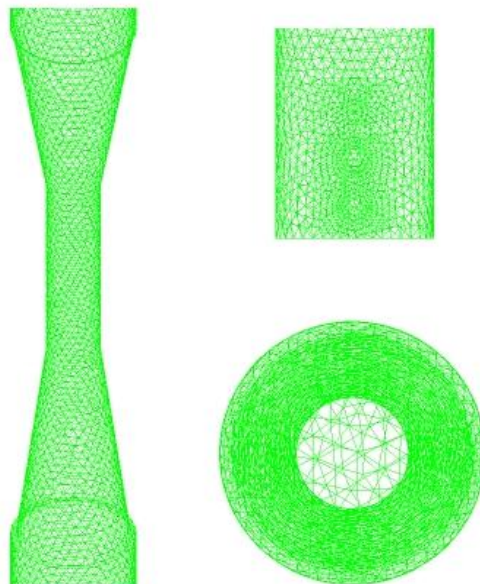


**Figura 5.1** Geometría en 3D del dispositivo Venturi creada en el software Design Modeler®

---

### 5.1.1 Mallado del dominio computacional

Una vez creada la geometría del dispositivo Venturi, el siguiente paso en el pre-procesamiento de la simulación CFD consiste en subdividir el dominio computacional en un conjunto de subdominios o volúmenes de control (Capítulo 3), procedimiento conocido como mallado. En este trabajo, el mallado del dominio computacional del dispositivo Venturi se realizó en el módulo CFX-Mesh de ANSYS®. El resultado de este procedimiento generó una malla no estructurada con un total de 66749 nodos y 336817 elementos tetraédricos. El generar una malla no estructurada implica que los elementos no poseen ni un tamaño ni una distribución uniforme a lo largo del dominio computacional, lo cual, para geometrías en las que se tienen por ejemplo zonas de expansión o contracción (el Venturi), y/o regiones con grandes relaciones de tamaño (los orificios de entrada del gas), los fenómenos asociados pueden representarse con mayor detalle (Paladino y Maliska, 2011). La malla generada para el dominio computacional del dispositivo Venturi se presenta en la Figura 5.2.



**Figura 5.2** Malla del dominio computacional del dispositivo Venturi creada en CFX-Mesh

---

### **5.1.3 Definición del dominio: especificación de modelos y de las condiciones frontera e iniciales (estado transitorio)**

Cuando se tiene mallado el dominio computacional, el siguiente paso en la simulación CFD consiste en definir el dominio computacional, es decir, especificar los modelos que se utilizarán para resolver las ecuaciones gobernantes, así como las condiciones para las entradas y salidas del dominio, y las condiciones iniciales, en casos de simulación en estado transitorio.

En este trabajo se realizó inicialmente una simulación en estado transitorio, con la finalidad de analizar el efecto que tenía la inyección de gas a una columna de agua que llenaba casi en su totalidad el segmento de tubería inferior en el dispositivo Venturi. Con lo anterior se espera adquirir una noción del posible efecto que producía este dispositivo bajo las condiciones descritas. Sin embargo, debido al alto costo de tiempo computacional que produce una simulación de este tipo, se decidió realizar una simulación en estado estable. Una simulación en estado estable, además de ser menos costosa computacionalmente hablando, puede generar resultados que no podrían obtenerse si se considerara que el proceso ocurre por completo en estado transitorio.

Debido a lo anterior, en esta sección se presentan las especificaciones para el modelo en estado transitorio, mientras que en la sección 5.1.4 se presentan las especificaciones para el modelo en estado estacionario.

A pesar de que ANSYS® CFX cuenta con una amplia biblioteca de propiedades para diversos materiales, la mayoría de estos últimos son sustancias puras bajo condiciones estándar de presión y temperatura. Es por ello que antes de definir el dominio computacional del dispositivo Venturi para las simulaciones realizadas en este trabajo, se tuvieron que incluir las propiedades del agua para las condiciones de presión y temperatura en el pozo a las cuales se instaló el dispositivo Venturi, y definir un nuevo material (llamado Gas Natural) que tuviera las propiedades del gas natural producido en los pozos bajo las condiciones de presión y temperatura descritas para el agua. En las Tablas 5.1 y 5.2 se presentan, respectivamente, las propiedades para el agua y para el gas natural a las condiciones dadas, obtenidas con el módulo Aspen Properties® de AspenTech®.

**Tabla 5.1** Especificación de las propiedades del agua

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Propiedades	Propiedades generales	
	→ Densidad	785 kg/m <sup>3</sup>
	Propiedades termodinámicas	
	→ Capacidad calorífica	1406.8235 J/(kg °C)
	Propiedades de transporte	
	→ Viscosidad cinemática	1.9534 kg/(m hr)
	→ Conductividad térmica	1278.2438 J/[m <sup>2</sup> hr (°C/m)]

**Tabla 5.2** Especificación de las propiedades del gas

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Ajustes básicos	Estado termodinámico	Gas
Propiedades	Propiedades generales	
	→ Masa molar	18.1325 kg/kmol
	→ Densidad	82.4548 kg/m <sup>3</sup>
	Propiedades termodinámicas	
	→ Capacidad calorífica	822.2272 J/(kg °C)
	Propiedades de transporte	
	→ Viscosidad cinemática	0.0608 kg/(m hr)
	→ Conductividad térmica	65.7679 J/[m <sup>2</sup> hr (°C/m)]

Una vez que se han definido las propiedades termodinámicas y de transporte para el agua y el gas a condiciones de pozo, el siguiente paso consiste en definir el dominio.

Primeramente, si se desea representar un análisis en estado transitorio se deben proporcionar las especificaciones para dicho análisis, como el tiempo de duración y el tamaño del paso de tiempo. En la Tabla 5.3 se presentan estas especificaciones.

**Tabla 5.3** Especificaciones para el análisis transitorio

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Ajustes básicos	Tiempo de duración	
	→ Tiempo total	0.35 s
	Tamaño del paso de tiempo	0.0005 s
	Tiempo inicial	0 s



Posteriormente, se debe definir de manera general el dominio y se deben especificar los modelos involucrados en la solución de las ecuaciones gobernantes. En la Tabla 5.4 se presenta la especificación del dominio. Algunas observaciones importantes que deben hacerse en esta tabla son: el gas es declarado como un fluido polidisperso, es decir, presenta burbujas de tamaño variable; las burbujas ascienden a través del fluido por efectos de gravedad, la cual se asume, actúa en la dirección vertical Y, mientras que la ubicación de referencia se establece como la longitud total del dispositivo Venturi, y la densidad de referencia se establece como la densidad del agua (ANSYS® CFX, 2009).

**Tabla 5.4** Especificaciones generales del dominio

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Ajustes básicos	Tipo de dominio	Dominio de fluido
	Definición de fluidos	
	→ Agua	
	→ Morfología	Fluido continuo
	→ Gas Natural	
	→ Morfología	Fluido pol disperso
	Modelos del dominio	
	→ Presión de referencia	200 atm
	→ Flotación (buoyancy)	
	→ Gravedad en X	0 m/s <sup>2</sup>
	→ Gravedad en Y	-9.81 m/s <sup>2</sup>
	→ Gravedad en Z	0 m/s <sup>2</sup>
	→ Densidad de referencia	785 kg/m <sup>3</sup>
	→ Ubicación de referencia	
	→ X	0 m
	→ Y	1.74473 m
	→ Z	0 m
Modelos de fluidos	Transferencia de calor	Isotérmico
	→ Temperatura	107.386 °C
	Turbulencia	Dependencia con el fluido
Modelos específicos	Agua	
	→ Turbulencia	RNG – k-épsilon
	Gas Natural	
	→ Turbulencia	Cero ecuaciones

Como puede verse en la Tabla 5.4, un modelo de turbulencia es seleccionado para cada fase de acuerdo a lo expuesto en el Capítulo 3.

Dado que el gas es tratado como un fluido polidisperso, es necesario hacer algunas especificaciones al mismo, las cuales incluyen el número de grupos entre los cuales se va a dividir el intervalo de diámetros de burbuja presentes, y el diámetro promedio de cada grupo (Tabla 5.5). Debido a que en este trabajo no se contaba con una noción del tamaño promedio de las burbujas, se estableció un intervalo entre 1.8 mm y 1.5 cm con base en los resultados experimentales reportados por Couët *et al.* (1991) para el flujo burbujas de gas en un medio líquido a través de una zona convergente. Este intervalo de diámetros de burbuja se dividió en 7 grupos, debido principalmente al ahorro en el tiempo computacional. Sin embargo, Jia *et al.* (2011) han demostrado, para columnas de burbujeo, que la variación en el tamaño de burbujas con un diámetro entre 1 y 18 mm puede representarse adecuadamente considerando entre 6 y 10 grupos.

**Tabla 5.5** Especificaciones del gas como fluido polidisperso

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Fluido polidisperso	Fluido Polidisperso 1	MUSIG Homogéneo
	→ Fluido polidisperso	Gas Natural
	→ Distribución de los grupos de tamaños de partícula	Definido por el usuario
	→ Número de grupos	7
	→ Diámetro del Grupo 1	0.002464 m
	→ Diámetro del Grupo 2	0.004392 m
	→ Diámetro del Grupo 3	0.006321 m
	→ Diámetro del Grupo 4	0.008250 m
	→ Diámetro del Grupo 5	0.010178 m
	→ Diámetro del Grupo 6	0.012107 m
	→ Diámetro del Grupo 7	0.014035 m
	→ Modelo de rompimiento	Luo y Svendsen
	→ Coeficiente de rompimiento	0.05
	→ Modelo de coalescencia	Prince y Blanch
	→ Espesor inicial de película	$1 \times 10^{-4}$ m
	→ Espesor final de película	$1 \times 10^{-8}$ m
→ Coeficiente de turbulencia	0.05	

Para definir por completo el dominio computacional del dispositivo Venturi, es necesario especificar los modelos para representar el sistema gas-agua, es decir, los modelos para la transferencia de momentum interfacial (sección 3.4). Estas especificaciones se presentan en la Tabla 5.6. Para la especificación de algunos de estos modelos, fue necesario proporcionar el valor de la tensión superficial para el sistema gas natural-agua a las condiciones de presión y temperatura lo más cercanas posibles a los valores utilizados en este trabajo. Por lo anterior se realizó una revisión bibliográfica de los trabajos presentados por Hough *et al.* (1951), Firoozabadi y Ramey (1988) y Sutton (2009).

**Tabla 5.6** Especificación de los modelos fluido-fluido para el sistema Gas Natural-Agua

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Modelos fluido-fluido	Gas Natural – Agua	
	→ Tensión superficial	0.047 N/m (Firoozabadi y Ramey (1988)
	Transferencia interfacial	Modelo de partícula
	Transferencia de momentum interfacial	
	→ Fuerza de arrastre	
	→ Modelo de Grace	
	→ Coeficiente de corrección para la fracción volumétrica	4
	→ Fuerzas de no arrastre	
	→ Fuerza de ascenso	Modelo de Tomiyama
	→ Fuerza de masa virtual	Coeficiente de masa virtual
	→ Coeficiente de masa virtual	0.5
	→ Fuerza de lubricación en la pared	Modelo de Tomiyama
→ Diámetro de la tubería	1.75 in	
→ Fuerza de dispersión turbulenta	Modelo de promedios de Favre	
→ Coeficiente de dispersión	1	
Transferencia de turbulencia interfacial	Viscosidad de remolino de Sato	

Una vez definido el dominio computacional, el siguiente paso consiste en definir y especificar las entradas y salidas de dicho dominio. Básicamente, en la Tabla 5.7 se especifica el flujo másico de gas de entrada, mientras que en la Tabla 5.8 se especifica la presión a la salida del dispositivo Venturi.

**Tabla 5.7** Especificaciones para la entrada del gas

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Datos de la frontera	Momentum y masa	
	→ Flujo másico (transitorio)	1 lb/s
	→ Flujo másico (estable)	0.35 lb/s
	Dirección del flujo	Normal a la frontera
	Turbulencia	Intensidad 5 %
Fluidos	Agua	
	→ Fracción volumétrica	0
	Gas Natural	
	→ Fracción volumétrica	1
	Gas Natural	
	→ Fracción de tamaños de partícula	
	→ Grupo 1	0.01
	→ Grupo 2	0.05
	→ Grupo 3	0.10
	→ Grupo 4	0.68
→ Grupo 5	0.10	
→ Grupo 6	0.05	
→ Grupo 7	0.01	

**Tabla 5.8** Especificaciones para la salida de la mezcla gas-agua

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Ajustes básicos	Tipo de frontera	Salida
Datos de la frontera	Momentum y masa	
	→ Presión relativa	142 atm

Como puede verse en la Tabla 5.7, dado que el único fluido que fluye a través de los orificios de entrada es el gas, se debe especificar la fracción de tamaños de burbuja que ocupa cada grupo. De acuerdo a Jia *et al.* (2011), el introducir como valor inicial una distribución normal de la fracción de tamaños permite representar adecuadamente la evolución en el tamaño de las burbujas, además de reducir el tiempo de convergencia y los errores numéricos. Es importante mencionar que, a diferencia de los flujos másicos, los

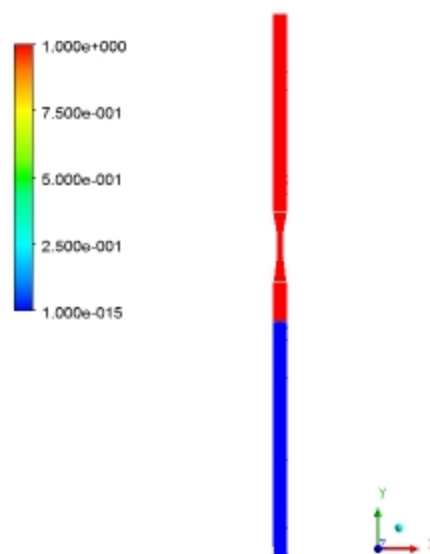
demás datos se utilizaron para efectuar la simulación dinámica, por lo que en la tabla se especifican los valores correspondientes para cada caso.

Una vez definidas las condiciones para las entradas y salidas de los fluidos, se deben especificar las condiciones en la pared del dispositivo Venturi. En este caso las consideraciones generales son: tratar a la pared como una pared lisa, establecer para el agua una condición de no deslizamiento (o de velocidad cero), mientras que para el gas se establece una condición de libre deslizamiento.

**Tabla 5.9** Especificaciones para la pared del dispositivo Venturi

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Ajustes básicos	Tipo de frontera	Pared
Datos de la frontera	Momentum y masa	Dependencia con el fluido
	Rugosidad de la pared	Pared lisa
Fluidos	Agua	No deslizamiento
	Gas Natural	Libre deslizamiento

Dado que en este caso se trata de una simulación en estado transitorio, es necesario especificar la inicialización del dominio establecido. Primeramente, y puesto que se desea representar el flujo de gas a través de una columna de agua, se debe definir una altura inicial para la columna de agua en el dominio del dispositivo Venturi (Figura 5.3).



**Figura 5.3** Columna de agua estancada en el segmento de tubería inferior del dispositivo Venturi

---

En este trabajo se consideró que la columna de agua llenaba casi por completo el segmento de tubería inferior del dispositivo Venturi, por lo cual la altura inicial de la misma se especificó como 0.762 m (30 in), es decir,  $Y = 0.762$  m. La altura de la columna de agua puede especificarse por medio de una función escalón para la fracción volumétrica de gas, la cual tiene un valor de 0 para  $Y < 0.762$  m y un valor de 1 para  $Y > 0.762$  m, es decir:

$$\alpha_g = \text{step}\left(\frac{Y - 0.762 \text{ m}}{1 \text{ m}}\right) \quad (5.1)$$

La expresión para el cálculo de la fracción volumétrica inicial del gas puede ser útil para expresar la presión hidrostática que ejerce la columna de agua. Para empezar, se sabe que la suma de la fracción volumétrica del agua,  $\alpha_l$ , y la fracción volumétrica del gas,  $\alpha_g$ , es igual a 1, es decir:

$$\alpha_l = 1 - \text{step}\left(\frac{Y - 0.762 \text{ m}}{1 \text{ m}}\right) \quad (5.2)$$

Por lo tanto, y si se sabe que la presión hidrostática,  $P_H$ , que ejerce una columna de líquido está dada por el producto de la densidad del líquido, la altura de la columna y la aceleración de la gravedad,  $P_H$  puede expresarse como sigue:

$$P_H = \rho_l g (1.74473 \text{ m} - Y) \text{step}\left(\frac{Y - 0.762 \text{ m}}{1 \text{ m}}\right) \quad (5.3)$$

En la Tabla 5.10 se presentan las condiciones iniciales del dominio para la altura inicial de la columna de agua y para la presión hidrostática que ejerce dicha columna, ambas expresadas en función de la fracción volumétrica de gas dada por la Ecuación (5.1). Como puede verse en la tabla, los valores iniciales de las fracciones volumétricas del gas y del agua son introducidos como las funcionalidades dadas por las Ecuaciones (5.1) y (5.2). El último paso para definir una simulación CFD consiste en proporcionar las especificaciones del resolutor (Tabla 5.11). Esto incluye, entre otros aspectos, la

especificación del esquema de discretización, el número máximo de ciclos por iteración, y el valor de los residuales de las ecuaciones gobernantes para alcanzar la convergencia.

**Tabla 5.10** Especificaciones para la inicialización del dominio

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Ajustes globales	Condiciones iniciales → Presión estática → Presión relativa	$(785)[\text{kg}/\text{m}^3]*g*(1.74473[\text{m}]-y)*\text{step}((y-0.762[\text{m}])/1.0[\text{m}])$
Ajustes de los fluidos	Agua → Tipo de velocidad → Componentes → U → V → W → Fracción volumétrica Gas Natural → Tipo de velocidad → Componentes → U → V → W → Fracción volumétrica	Cartesiana  0 m/s 0 m/s 0 m/s $1-\text{step}((y-0.762[\text{m}])/1.0[\text{m}])$ Cartesiana  0 m/s 0 m/s 0 m/s $\text{step}((y-0.762[\text{m}])/1.0[\text{m}])$

**Tabla 5.11** Especificaciones para el resolvidor (transitorio)

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Ajustes básicos	Esquema de solución (discretización) Esquema transitorio Control de convergencia → Control de la escala de tiempo → Número máximo de ciclos → Número mínimo de ciclos Criterio de convergencia → Tipo de residual → Valor residual objetivo	Alta resolución Euler de Segundo Orden hacia atrás  Ciclos por iteración 3 1  RMS 0.0001

#### 5.1.4 Definición del dominio: especificación de modelos y de las condiciones frontera (estado estable)

Debido a que en este trabajo, las especificaciones del dominio computacional son independientes del tipo de análisis que se efectúa, únicamente se mostrarán las especificaciones que son diferentes entre el caso transitorio y el caso estable.

En primer lugar y dado que la columna de agua ha sido removida del pozo y se esperaría una producción continua de gas y agua, se especificó una entrada para esta última, la cual fue ubicada en la base del segmento de tubería inferior del dispositivo Venturi. En la Tabla 5.12 se presentan las especificaciones para esta entrada.

**Tabla 5.12** Especificaciones para la entrada del agua

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Datos de la frontera	Momentum y masa	
	→ Flujo másico	3.5 lb/s
	Dirección del flujo	Normal a la frontera
	Turbulencia	Intensidad 5 %
Fluidos	Agua	
	→ Fracción volumétrica	1
	Gas Natural	
	→ Fracción volumétrica	0

Por otra parte, en la Tabla 5.13 se muestran las especificaciones que deben proporcionarse al resolvidor para la simulación en estado estable.

**Tabla 5.13** Especificaciones para el resolvidor (estado estable)

Opción	Ajuste	Valor o especificación
Ajustes básicos	Esquema de solución (discretización)	Alta resolución
	Control de convergencia	
	→ Control de la escala de tiempo	Escala de tiempo automática
	→ Número máximo de iteraciones	300
	Criterio de convergencia	
	→ Tipo de residual	RMS
	→ Valor residual objetivo	0.0001



---

## 5.2 RESULTADOS Y DISCUSIÓN (SIMULACIÓN TRANSITORIA)

### 5.2.1 Caída de presión en la sección inferior del dispositivo Venturi

Como se mencionó en la sección 5.1.3, al definir el dominio computacional del dispositivo Venturi, se especificó que inicialmente existía una columna de agua estancada en la sección de tubería inferior de dicho dispositivo, la cual ejercía una presión hidrostática en esta zona; sin embargo, para tiempos mayores al tiempo inicial se especificó que el gas se inyectara en forma continua dentro de esta columna de líquido. Por lo tanto, y teniendo en cuenta que, el contar con datos sobre la variación en la caída de presión en esta zona, bajo este régimen inicial de producción, puede ser de utilidad para tener una noción del efecto producido, primeramente se presentan en la Tabla 5.14 los valores obtenidos por simulación para la caída de presión en la sección de tubería inferior en el mismo.

**Tabla 5.14** Caídas de presión en la sección de tubería inferior del dispositivo Venturi a diferentes tiempos

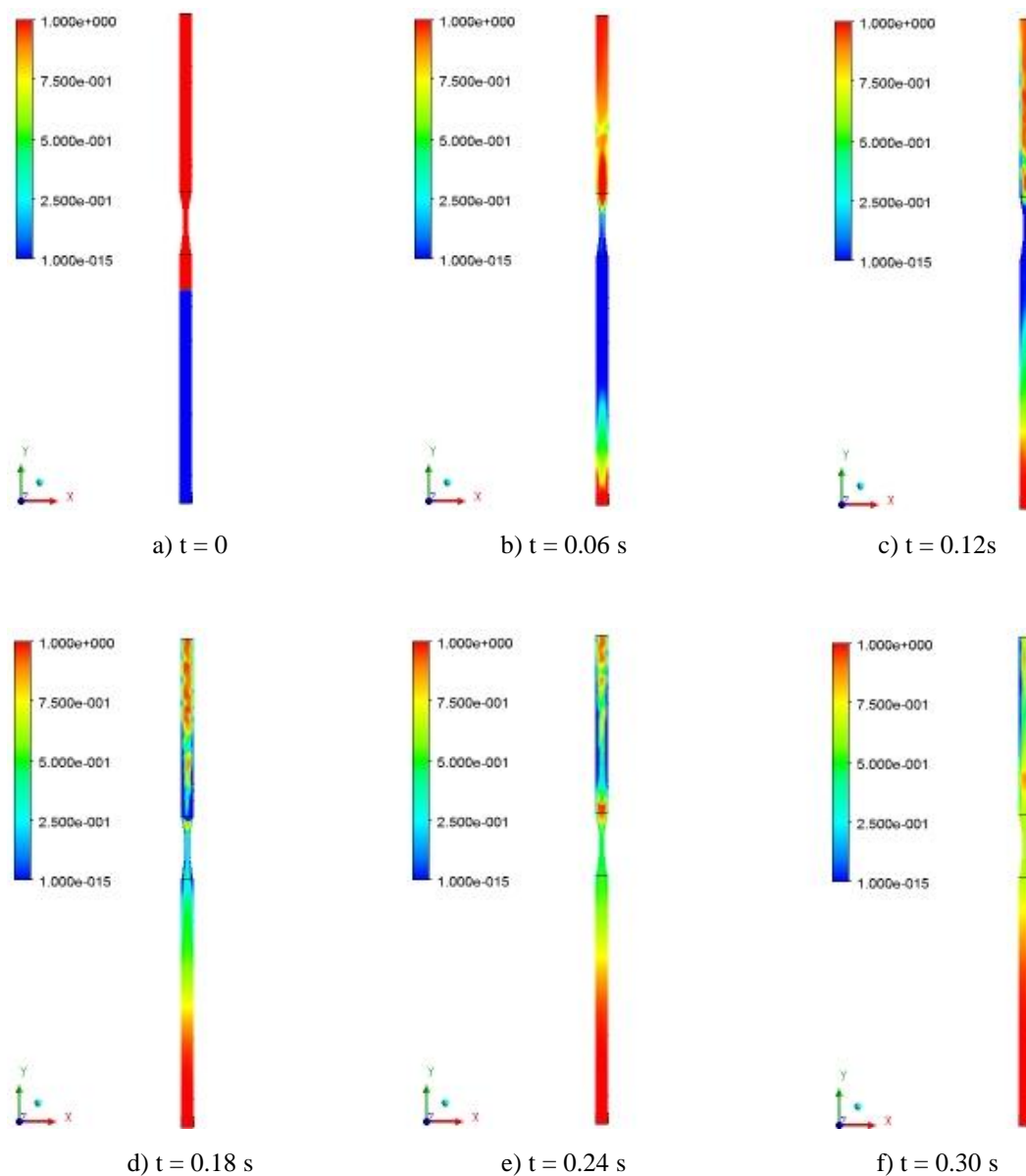
Tiempo (s)	$\Delta P$ (Pa)
0	5868.04
0.18	3761.90
0.24	3663.20
0.30	3572.72

Como se muestra en los resultados de la Tabla 5.14, se tiene una reducción considerable con respecto a la caída de presión que produce inicialmente la columna estancada de agua. De hecho, como puede verse en la tabla, en el tiempo final de la simulación es cuando se produce la menor caída de presión. Una posible explicación para la tendencia presentada por estos resultados es que, conforme pasa el tiempo, una mayor cantidad de gas va entrando a la columna de agua, con lo cual se favorece el mezclado entre las fases y se produce una mezcla más homogénea, la cual a su vez genera una menor caída de presión en comparación a la caída de presión producida por la columna de agua pura.

A pesar de que estos resultados permiten esclarecer el comportamiento de la caída de presión en la sección inferior del dispositivo Venturi, no aportan información suficiente para explicar el mecanismo por el cual se origina el flujo del agua contenida en la columna

estancada en dicha zona. Una buena forma de determinar el comportamiento del flujo del gas y del agua a través del dispositivo Venturi, es el análisis de la distribución de cada una de estas fases en el mismo, por lo cual en la Figura 5.4 se presentan los perfiles de las fracciones volumétricas del gas y del agua para los diferentes tiempos simulados.

### 5.2.2 Distribución del gas y del agua a través del dispositivo Venturi



**Figura 5.4** Variación con el tiempo de la distribución de las fracciones volumétricas del gas y del agua en el dispositivo Venturi

---

Al observar los perfiles de las fracciones volumétricas para el gas y el agua en el dispositivo Venturi, se puede apreciar que, en primer lugar, al avanzar el tiempo se incrementa el contenido de gas en la columna de agua, llegando incluso a ocupar prácticamente todo el volumen de la sección inferior del dispositivo. Además de ello, por lo que puede observarse en la Figura (5.4) para tiempos mayores al inicial, parece ser que el gas inyectado, además de mezclarse con el agua, desplaza a la misma en forma ascendente hasta alcanzar la zona convergente del Venturi. No obstante, de acuerdo a lo observado en los perfiles correspondientes a los tiempos simulados más bajos (Figuras 5.4b y 5.4c), pareciera ser que una cierta cantidad del gas inyectado a la columna de agua alcanza la garganta del Venturi antes que el agua, por lo que podría pensarse que el dispositivo en cuestión está actuando como un eyector. En ese caso, cuando el gas fluye a través de la garganta del Venturi produce una reducción en la presión en esta zona, lo que consecuentemente propicia la succión del agua. Otra observación importante de los perfiles presentados en la Figura 5.4 es que, una vez que el agua junto el gas abandonan el Venturi, fluyen a través de la sección superior del dispositivo como una mezcla rica en gas prácticamente homogénea (Figura 5.4d), y posiblemente con un patrón de flujo tipo anular. Como puede verse, la mezcla gas-líquido fluye por la zona central de la sección superior del dispositivo, desplazando una película de agua sobre la pared interior de dicha sección.

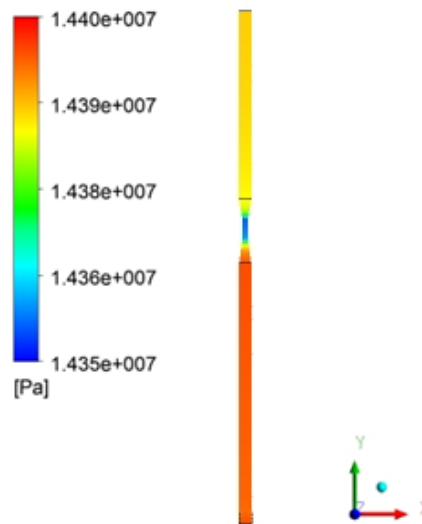
### **5.3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN (SIMULACIÓN EN ESTADO ESTABLE)**

A pesar de que, como se vio en la sección anterior, una simulación en estado transitorio proporciona importantes resultados, el costo de tiempo de cómputo de las mismas generalmente es más alto comparado con una simulación en estado estable. Ello debido en gran parte a que en algunos casos la solución difícilmente alcanza la convergencia deseada, o debido a que nunca se alcanza el estado estable, lo cual se debe a las oscilaciones continuas de los campos de solución. Es por ello que en este trabajo se realizó una simulación en estado estable del dispositivo Venturi, cuyos resultados se presentan a continuación.

---

### 5.3.1 Perfiles de presión

Primeramente, en la Figura 5.5 se presenta la variación en la presión a través del dispositivo Venturi, obtenida al efectuar la simulación del sistema en estado estable. Como puede verse, la presión a través del dispositivo disminuye gradualmente una vez que el flujo entra en el Venturi, alcanzando su valor mínimo en la garganta del mismo.

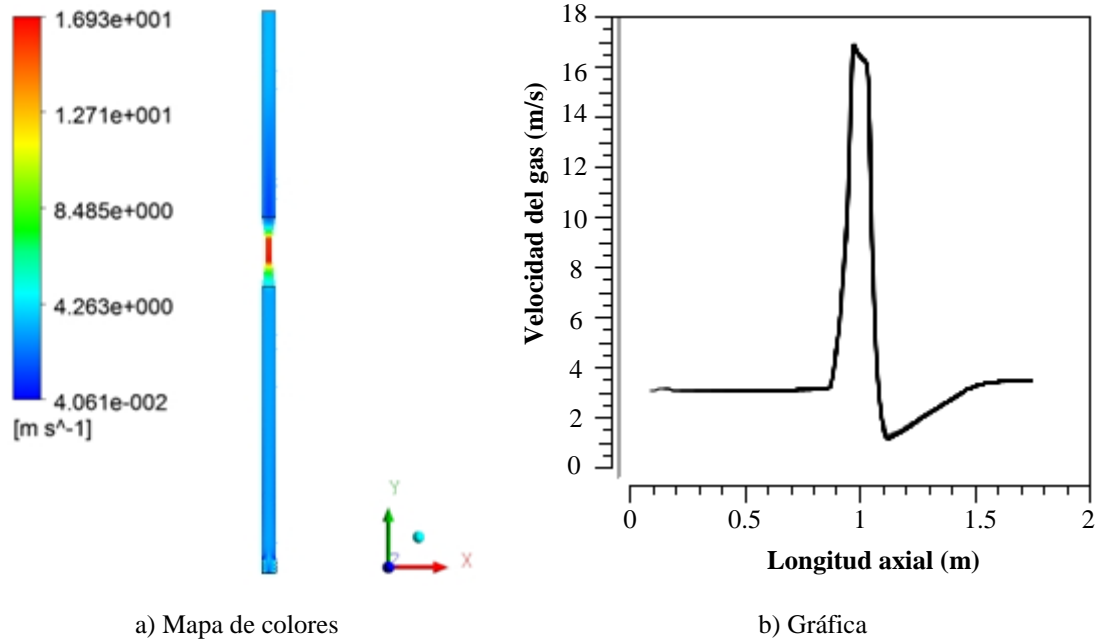


**Figura 5.5** Perfiles de presión a través del dispositivo Venturi

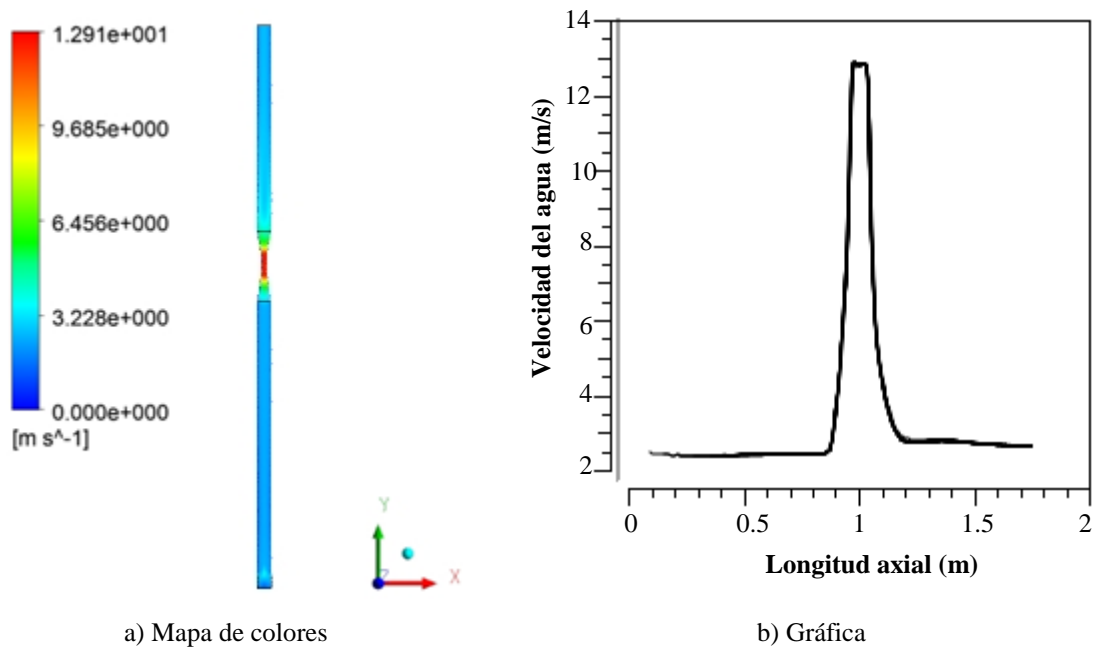
De acuerdo a Sherwood y Atkinson (2005), la caída de presión observada entre la garganta y la sección inferior del dispositivo Venturi, calculada en este trabajo como 7.25 psia, es la contribución a la presión total de levantamiento o de succión, ejercida por el dispositivo, para las condiciones de flujo dadas, considerando que el dispositivo está actuando de acuerdo al mecanismo propuesto en la sección 5.2.2. Otra observación importante que debe hacerse en la Figura 5.5 es que prácticamente toda la presión con la cual el flujo gas-líquido entra al Venturi, la cual disminuye en la garganta, se recupera a la salida del mismo, con lo cual se cumple la conservación de energía mecánica que se podría esperar para un flujo en una sola fase. Además de esta reducción en presión, se sabe que los fluidos experimentan una aceleración al fluir a través de una contracción, por lo cual se decidió observar este efecto en el dispositivo Venturi analizado en este trabajo.

### 5.3.2 Perfiles de velocidad del gas y del agua

En las Figuras 5.5 y 5.6 se muestran, respectivamente, los perfiles de velocidad para el gas y para el agua a través del dispositivo Venturi.



**Figura 5.6** Perfiles de velocidad del gas a través del dispositivo Venturi



**Figura 5.7** Perfiles de velocidad del agua a través del dispositivo Venturi

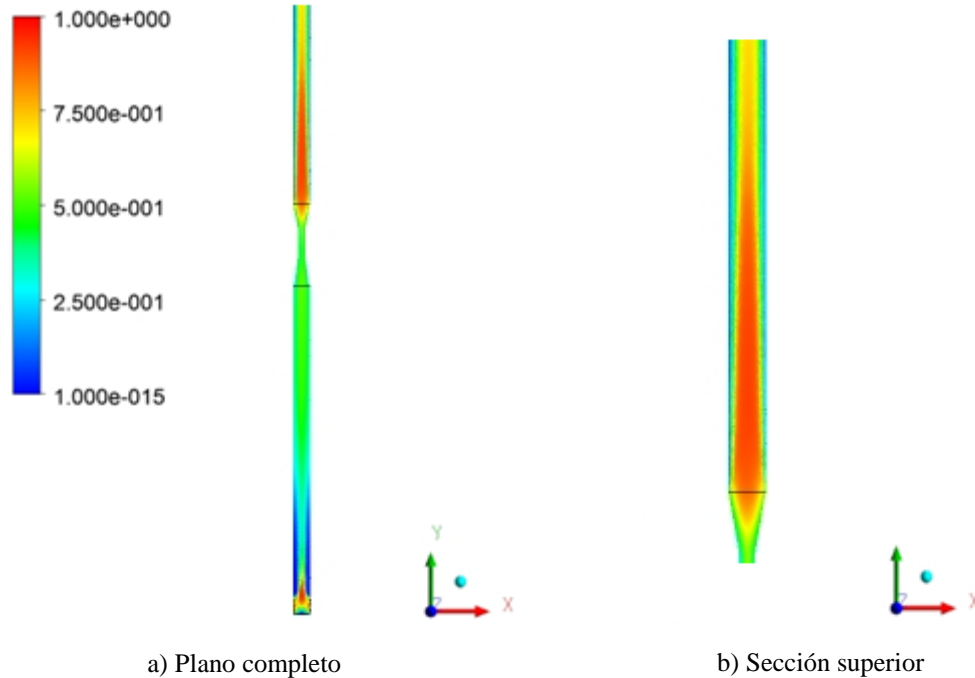
---

De acuerdo a las gráficas presentadas en las Figuras 5.6 y 5.7, puede observarse que los perfiles de velocidad del gas y del agua poseen la misma tendencia cuando ambas fluyen a través del Venturi, lo cual se esperaría para un flujo en una sola fase. Sin embargo, al comparar la magnitud de la velocidad que poseen cada una de las fases al fluir a través de la garganta del Venturi puede observarse en primer lugar que, debido a que el gas posee una menor densidad que la del agua, el gas experimenta una aceleración mayor que esta última, y en segundo lugar, que a diferencia del perfil de velocidades del agua, el cual muestra una aceleración prácticamente constante a través de la garganta, el perfil de velocidades del gas presenta un pico o valor máximo en la sección inicial de la misma. La posible explicación a esta última observación podría ser que, a pesar de que el gas experimenta su mayor valor de aceleración al entrar en la garganta del Venturi, este valor no prevalece a través de toda esta zona debido a que es aquí en donde tienen lugar el mezclado y la homogenización inicial de ambas fases. La mezcla resultante posee una densidad cuyo valor difiere de la densidad del gas puro la cual, como se mencionó, se asocia a la mayor aceleración de esta fase.

Es importante mencionar que los perfiles obtenidos de presión y de velocidad al efectuar la simulación del dispositivo Venturi presentan un comportamiento cualitativamente similar a los datos experimentales reportados por Coüet *et al.* (1991).

### **5.3.3 Perfiles de la fracción volumétrica del gas**

Una parte importante de la información obtenida a partir de la simulación en estado estable realizada en este trabajo, corresponde a aquellos resultados que permitieran representar el comportamiento de la fracción volumétrica de la fase gaseosa a través del dispositivo Venturi debido a que, como se mencionó en el Capítulo 2, esta puede ser de utilidad para tener una noción del patrón de flujo que pudiera experimentar la mezcla al fluir a través de este sistema. Es por ello que en la Figura 5.8 se muestran los perfiles de la fracción volumétrica del gas primero a través del dispositivo Venturi, haciendo además énfasis en la sección superior de dicho dispositivo.



**Figura 5.8** Perfiles de fracción volumétrica a través del dispositivo Venturi

En este caso, claramente puede observarse que en la sección superior del dispositivo Venturi, la mezcla resultante posee una mayor fracción volumétrica de gas, llegando incluso a apreciarse que justo después de abandonar la zona divergente del Venturi, prácticamente se tiene gas puro (Figura 5.8a).

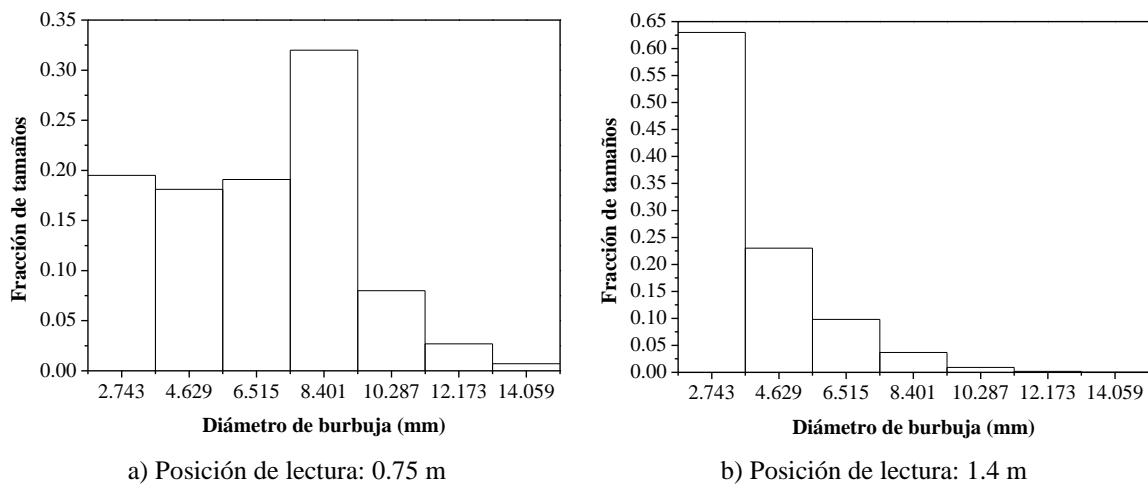
A pesar de que la condición descrita no prevalece conforme la mezcla gas-agua asciende a través de la sección superior del dispositivo Venturi, puede observarse que la fase gaseosa es la que ocupa la mayor fracción volumétrica en esta segmento, llegando al alcanzar un valor máximo entre 0.75 y 0.80. Por otra parte, en la Figura 5.8a puede también apreciarse la ausencia del gas en las paredes de la sección superior del dispositivo Venturi, debido a que su fracción volumétrica es 0. Ello indica la formación de una película de agua, asociada a la condición de no deslizamiento establecida para dicha fase.

A partir del análisis de los resultados obtenidos, se puede concluir que el patrón de flujo de la mezcla gas-agua que se podría tener en el pozo, una vez que esta abandona la sección divergente del Venturi, correspondería a un flujo tipo anular, en el cual una mezcla con una mayor fracción volumétrica de gas fluye a través de la región central del pozo, desplazando con ello a la fase líquida hacia las paredes del mismo.

### 5.3.4 Distribución del diámetro de las burbujas

Finalmente y puesto que el ascenso de la mezcla gas-agua a través del dispositivo Venturi se simuló como un flujo simultáneo de agua (fase continua) y de burbujas de gas que podían romperse y coalescer (fase dispersa), es importante contar con información sobre los cambios en la distribución del tamaño de las burbujas una vez que estas, junto con el agua, fluyen a través del dispositivo Venturi. Es por ello que en la Figura 5.9 se presentan los histogramas correspondientes a la distribución de las burbujas de diferentes diámetros en la sección de tubería ubicada antes de la entrada del Venturi (Figura 5.9a), y en la sección de tubería ubicada después de la salida del Venturi (Figura 5.9b).

Como puede verse en la Figura 5.9, en la sección del dispositivo ubicada antes de la entrada del Venturi se tiene una distribución irregular de las burbujas de diferentes tamaños, donde la mayor cantidad de burbujas presentes posee un diámetro promedio de 8.401 mm. Sin embargo, en la sección ubicada después de la salida del Venturi puede apreciarse una distribución de los tamaños de burbuja más homogénea, en la cual la mayor cantidad de burbujas posee el menor diámetro promedio simulado.



**Figura 5.9** Histogramas de la distribución del diámetro de burbujas en el dispositivo Venturi

Al analizar la tendencia observada para la distribución de los tamaños de burbuja, puede concluirse que el dispositivo Venturi está promoviendo la homogenización de la mezcla que entra al mismo, con base en un mecanismo de rompimiento de las burbujas más grandes para originar burbujas más pequeñas, las cuales posteriormente fluyen a través de



---

la región central del pozo, mientras que el agua es desplazada a las paredes del mismo. Por lo tanto, el hecho de que se tenga prácticamente gas puro inmediatamente a la salida del Venturi, como se mostró en la Figura 5.8, puede deberse a que en este punto las burbujas más grandes acaban de romperse para formar burbujas con un diámetro más pequeño. Estas últimas se compactan fácilmente entre sí y al ir ascendiendo a las zonas superiores del dispositivo, eventualmente pueden llegar a coalescer, aunque posiblemente no con la suficiente frecuencia para originar burbujas del diámetro mayor inicial. De ahí que en la sección superior del Venturi, la fracción volumétrica del gas disminuya con respecto al valor que alcanza en la zona inmediata a la sección divergente del mismo.

## **CAPÍTULO 6**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

En este capítulo se presentan las conclusiones generales de este trabajo respecto al posible funcionamiento del dispositivo Venturi, y el efecto producido por el mismo ante el fenómeno de acumulación y arrastre de agua en pozos de gas. En cuanto al efecto producido por el dispositivo Venturi, se presentan las conclusiones obtenidas al comparar el patrón de flujo estimado en Aspen Plus® para el pozo productor, y el patrón observado en la sección de tubería superior del dispositivo Venturi al efectuar la simulación en estado estable de este dispositivo en ANSYS® CFX. Con respecto a la distribución de los tamaños de burbujas, se presentan las conclusiones obtenidas al comparar estas distribuciones a distintas posiciones del dispositivo Venturi. Por otra parte, respecto al funcionamiento del dispositivo Venturi sobre la acumulación de agua, se presentan las conclusiones obtenidas al efectuar la simulación transitoria de este fenómeno. Otras conclusiones sobre el comportamiento de los perfiles de presión y velocidad son presentadas. Finalmente, se presentan las sugerencias propuestas para trabajos futuros.

---

## 6.1 CONCLUSIONES

Al realizar la simulación en Aspen Plus® de las caídas de presión en el pozo, se determinó que el patrón de flujo que promueve el dispositivo Venturi corresponde a un tipo anular (o neblina) el cual, como se mencionó, produce una menor caída de presión que la columna de agua estancada y que un patrón de flujo tipo burbujeante. Este resultado fue corroborado al efectuar la simulación de dicho dispositivo en ANSYS® CFX, por lo cual, se puede concluir que este es el patrón de flujo que existe en el pozo tras la implementación del dispositivo en los pozos de gas.

Tomando en cuenta los resultados obtenidos en ANSYS® CFX se concluyó que el funcionamiento del dispositivo Venturi, al ser aplicado al problema de acumulación de líquidos, podría estar determinado por una combinación entre dos mecanismos: la inyección del gas, la cual produce y desplaza una mezcla gas-líquido más ligera y con una caída de presión menor que la columna de agua, y la succión de esta mezcla, ocasionada por el flujo del gas a través del Venturi, lo cual se asemeja al principio de funcionamiento de un eyector.

En cuanto al comportamiento de las burbujas, puede concluirse que la razón por la cual se tiene una distribución a la salida del dispositivo Venturi en la que el gas ocupa una mayor fracción volumétrica, es debido al rompimiento de las burbujas que ocurre en la garganta del Venturi. Ello genera burbujas más pequeñas que se compactan mejor entre sí y fluyen por la región central del pozo, alejándose de las paredes del mismo. Además, de acuerdo a la distribución de tamaños de burbuja calculada, las burbujas más pequeñas ocupan la mayor fracción volumétrica del gas.

Al efectuar la simulación en Aspen Plus® de las caídas de presión en los pozos, se encontró que los valores calculados por el simulador representaban con un buen grado de precisión los datos reportados, por lo que puede considerarse que los métodos seleccionados para el cálculo del término de fricción y de la fracción volumétrica son adecuados para la simulación del sistema bajo las condiciones descritas.

Con respecto a la validación de los resultados obtenidos al efectuar la simulación del dispositivo Venturi en ANSYS® CFX, se encontró que estos presentaron un comportamiento cualitativamente similar a los datos experimentales reportados en la

---

literatura, por lo cual puede considerarse que los modelos seleccionados para el cálculo de la turbulencia y de las fuerzas de transferencia de momentum interfacial representan en buena medida la fenomenología ocurrida en el flujo bajo las condiciones descritas.

## **6.2 RECOMENDACIONES**

Uno de los aspectos más importantes al desarrollar un trabajo basado en la simulación es la validación experimental de los resultados obtenidos. Como ya se mencionó, los resultados obtenidos en este trabajo reproducen en buena medida el comportamiento real del dispositivo Venturi. Sin embargo, si se contara con un equipo experimental se podría obtener información más precisa bajo condiciones específicas de operación, como la distribución de las burbujas, los patrones de flujo presentes, las caídas de presión y los perfiles de velocidad.

Debido a que en este trabajo, la simulación del dispositivo Venturi en ANSYS® CFX se efectuó considerando solamente un tramo de tubería, tanto a la salida como a la entrada del mismo, una buena sugerencia sería efectuar la simulación del pozo completo, o por lo menos de un tramo considerable, utilizando este software. Lo anterior debido a que, a pesar de que Aspen Plus® representa en buena medida el comportamiento del flujo multifásico en el pozo, ANSYS® CFX podría demostrar con más detalle algunos aspectos que ocurren durante el flujo de la mezcla gas-líquido a través del mismo, por ejemplo, las transiciones que ocurren entre los patrones de flujo asociadas a las interacciones entre las burbujas.

Finalmente, y dada la importancia del papel que tiene una buena elección de la malla computacional en las simulaciones CFD, se propone realizar un análisis de los resultados obtenidos con base en la manipulación y refinamiento de la misma, a fin de obtener una mayor perspectiva sobre la dependencia con el mallado en la simulación de sistemas que presentan zonas de contracción y expansión.

## REFERENCIAS

- Abbott, M.B.; Basco, D.R. (1989). *Computational Fluid Dynamics: An Introduction for Engineers*. Longman Group UK Ltd, UK.
- Ahmed, T. H. (2002). *Reservoir Engineering Handbook*. Elsevier Inc., Second edition, USA.
- Anderson, J.D. (1995). *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*. McGraw Hill Inc.
- ANSYS® CFX (2009). *ANSYS CFX-Solver Theory Guide®*. ANSYS, Inc. USA.
- Antal, S. P.; Lahey, R. T. and Flaherty, J. E. (1991). Analysis of phase distribution in fully developed laminar bubbly two-phase flow. *International Journal of Multiphase Flow*, **7**, pp. 635-652.
- Aspen Plus® (2001). *Aspen Plus 11.1 User Guide ®*. Aspen Technology, Inc. USA.
- Bailey B., Crabtree M. Tyrie J., Elphick J. (2000). Water control. *Oilfield Review*, **12** (1), pp 32-53.
- Bird, R.B.; Stewart, W.E.; Lightfoot, E.N. (1992). *Fenómenos de Transporte*. Reverté S.A., España.
- Brill J. P., Mukherjee H. (1999): Multiphase flow in wells. Monograph Volume 17 SPE Henry L. Doherty Series pp. 28-68.
- Clift, R.; Grace, J.R.; Weber, M.E. (1978). *Bubbles, drops and particles*. Academic Press, USA.
- Cook, T.L.; Harlow, F.H. (1984). Virtual mass in multiphase flow. *International Journal of Multiphase Flow*, **10**, 691-696.

- 
- Couet, B.; Brown, P.; Hunt, A. (1991). Two-phase bubbly-droplet flow through a contraction: experiments and a unified model. *International Journal of Multiphase Flow*, **17** (3), 291-307.
- Dahl, S.; Michelsen, M.L. (1990). High-pressure vapor-liquid equilibrium with UNIFAC-based equation-of-state. *AIChE J.*, **36**, 1829-1836.
- Das, A.K.; Das, P.K. (2010). Modelling bubbly flow and its transitions in vertical annuli using population balance technique. *Int. J. Heat Fluid Flow*, **31**, 101–114.
- Drew, D. (1983). Mathematical modeling of two-phase flows. *Annual Review of Fluid of Mechanics*, **15**, 261-219.
- Drew, D.; Cheng, L.; Lahey, J. (1979). The analysis of virtual mass effects in two-phase flow. *International Journal of Multiphase Flow*, **5**, 233-242.
- Drew, D.A.; Lahey Jr., R.T. (1979). Application of general constitutive principles to the derivation of multidimensional two phase flow equation. *International Journal of Multiphase Flow*, **5**, 243-264.
- Duan X.Y.; Cheung S.C.P.; Yeoh, G.H.; Tu, J.Y.; Krepper, E.; Lucas, D. (2011). Gas-liquid flows in medium and large vertical pipes. *Chem. Eng. Sci.*, **66**, 872-883.
- Duns Jr., H.; Ros, N.C.J. (1963). Vertical flow of gas and liquid mixtures in wells. *Proceedings of Sixth World Petroleum Congress*, Tokyo, 451.
- Fanchi, J.R. (2005). *Principles of applied reservoir simulation*. Third Edition. Elsevier Inc., USA, 187-190.
- Firoozabadi, A.; Ramey, Jr., H. J. (1988). Surface tension of water-hydrocarbon systems at reservoir conditions. *The Journal of Canadian Petroleum Technology*, **27** (3).
- Frank, T.; Zwart, P. J.; Krepper, E.; Prasser, H. M. (2008). Validation of CFD models for mono and polydisperse air-water two-phase flows in pipes. *Nuclear Engineering and Design*, **238**, 647–659.
- Hibiki, T.; Mishima, K. (2001). Flow regime transition criteria for upward two-phase flow in a vertical narrow rectangular channels. *Nuclear Engineering and Design*, **203**, 117–131.
- Hough, E.W.; Rzasas, M.J.; Wood, B.B. (1951). Interfacial tensions at reservoir pressures and temperatures; apparatus and the water-methane system. *AIME Petroleum Transactions*, **192**, 57-60.
-

- 
- Huron, M.J., Vidal, J. (1979). New mixing rules in simple equations of state for representing vapour-liquid equilibria of strongly non-ideal mixtures. *Fluid Phase Equilibria*, **3**, 255-271.
- Ishii, M.; Zuber, N. (1979). Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows. *AIChE Journal*, **25**, 843-855.
- Jia, X.; Yuan, Q.; Wen, J.; Feng, W. (2011). Fluid flow modeling of a gas-induced pulsating flow bubble column, *Chemical and Biochemical Engineering Quarterly*, **25** (1), 27–36.
- Kim, M.I.; Kim, O.S.; Lee, D.H.; Kim, S.D. (2007). Numerical and experimental investigations of gas-liquid dispersion in an ejector. *Chemical Engineering Science*, **67**, 7133-7139.
- Kumar, S.; Ramkrishna, D. (1996). On the solution of population balance equations by discretisation – I. A fixed pivot technique. *Chemical Engineering Science*, **51**, 1311-1332.
- Legendre, D.; Magnaudet, J. (1998). The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **368**, 81–126.
- Li, C.; Li, Y.Z. (2011). Investigation of entrainment behavior and characteristics of gas-liquid ejectors based on CFD simulation. *Chemical Engineering Science*, **66**, 405-416.
- Lo S. (1996). Application of the MUSIG model to bubbly flows, *Technical Report AEAT-1096*, AEA Technology.
- Lopez de Bertodano, M. (1998). Two fluid model for two-phase turbulent jet. *Nuclear Engineering and Design*, **179**, 65-74.
- Lopez de Bertodano, M.; Lahey, J.; Jones, O.C. (1994). Phase distribution in bubbly two phase flow in vertical ducts. *International Journal of Multiphase Flow*, **20**, 805-818.
- Luo, H.; Svendsen, H.F. (1996). Theoretical model for drop and bubble breakup in turbulent dispersions. *AIChE Journal*, **42** (5), 1225-1233.
- Majumdar, S. (1998). Role of underrelaxation in momentum interpolation for calculation of flow with nonstaggered grids. *Numerical Heat Transfer*, **13**, 125-132.

- 
- Malayeri, M.R.; Smith, J.M.; Steinhagen-Müller, H. (2001). The behavior of gas-liquid and vapour-liquid upward bubbly flows passing through a vertical venture. *ICHEME Transactions*, **79**, 371-375.
- Mohkatab, S.; Poe, W.A.; Speight, J.G. (2006). *Handbook of natural gas transmission and processing*. Elsevier Inc., Netherlands.
- Paladino, E.E.; Maliska, C.R. (2011). Computational modelling of bubbly flows in differential pressure flow meters. *Flow Measurement and Instrumentation*, **22**, 309-318.
- Patankar, S.V. (1980). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corp.
- Peng, D.Y.; Robinson, D.B. (1976). A new two-constant equation of state. *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, **15**(1), 59-64.
- Prince, M.J.; Blanch, H.W. (1990). Bubble coalescence and break-up in air-sparged bubble columns. *AIChE Journal*, **36**(10), 1485-1499.
- Prasser, H.M.; Beyer, M.; Carl, H.; Gregor, S.; Lucas, D.; Pietruske, H.; Schutz, P.; Weiss, F.P. (2007). Evolution of the structure of gas-liquid two-phase flow in a large vertical pipe. *Nuclear Engineering and Design*, **237**, 1848-1861.
- Rhie, C.M.; Chow, W.L. (1982). A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, paper 82-0998.
- Schiller, L.; Naumann, A. (1933). *VDI Zeits*, **77**, 318.
- Sherwood, J.D.; Atkinson, D.I.H. (2005). Venturi-assisted liquid removal from the sump of a gas well. *International Journal of Multiphase flow*, **31**, 25-51.
- Sherwood, J.D.; Atkinson, I.; Nicholson, B. (2003). Method and apparatus for lifting liquids from gas wells. UK Patent Application 0312652.1.
- Shoham, O. (1982). Flow pattern transitions and characterization in gas-liquid two phase flow in inclined pipes. Ph.D. Thesis, Tel-Aviv University, Ramat-Aviv, Israel.
- Sutton, R.P. (2009). An improved model for water-hydrocarbon surface tension at reservoir conditions. Presented at the 2009 SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in New Orleans, Louisiana, USA, 4-7 October 2009.



- 
- Taitel, Y.; Dukler, A.E. (1976). A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow. *AIChE Journal*, **22**(1), 47.
- Tomiyama, A. (1998). Struggle with computational bubble dynamics. Presented at the Third International Conference of Multiphase Flow, Lyon, 8-12 June 1998.
- Van Wijngaarden L. (1976). Hydrodynamic interaction between gas bubbles in liquid. *Journal of Fluid Mechanics*, **77**, 27-44.
- Wong, D.S.; Sandler, S.I. (1992). A theoretically correct new mixing rule for cubic equations of state for both highly and slightly non-ideal mixtures. *AIChE Journal*, **38**, 671-680.