

INTRODUCCIÓN

Durante las últimas décadas se han desarrollado nuevas e interesantes ideas sobre el estudio de los sistemas dinámicos no-lineales.

Un fenómeno que presentan algunos sistemas dinámicos es el caos, caracterizado por un comportamiento aperiódico estable que depende sensiblemente de las condiciones iniciales [1]. Se han observado dinámicas caóticas en sistemas químicos, electroquímicos [2, 3], de comunicaciones [4], electrónicos y biológicos [5].

En la práctica, a menudo se requiere controlar la presencia del caos en un sistema no lineal de tal forma que se modifique el desempeño del mismo [6]. El control o supresión del caos puede ser empleado en sistemas donde se requiera minimizar algunas operaciones irregulares no benéficas para la aplicación destinada. Por otro lado, el promover y mantener un estado caótico, puede otorgar ciertos beneficios en sistemas donde la dinámica caótica es requerida; por ejemplo, estudios de corrosión y factores que afectan el transporte de carga a través de una interfase química [7], redes neuronales biológicas [5], mecanismos de transporte de masa y energía, entre otros.

Debido a que los sistemas caóticos son sistemas de apariencia aleatoria pero de naturaleza determinista, su característica principal de alta sensibilidad a condiciones iniciales se liga de manera inherente a la posibilidad de controlarlos. Las redes neuronales artificiales han sido empleadas para la modelación de este tipo de sistemas, construyéndose a través de

predecir el estado de un sistema aún en la vecindad de hace que su aplicación en el desarrollo de modelos que representen sistemas caóticos sea conveniente [14,20]. Sin embargo, la eficacia de las redes neuronales de reproducir exactamente todos los parámetros o condiciones iniciales del sistema se ve limitada por una aproximación deficiente o ruido de medición inevitable que se proyecta en un error de predicción del modelo respecto a la evolución del sistema. El acoplamiento de un filtro de Kalman a la predicción de la red neuronal es capaz de seguir fielmente el comportamiento real, ya sea en estado estable o transiente periódico, o caótico [21,9].

En este trabajo se aplicará un algoritmo de caracterización y control de sistemas no-lineales, que fue diseñado por Bernal Osorio[9], a un sistema electroquímico experimental. El algoritmo provoca la desestabilización de periodo-3 de un sistema electroquímico, vía la promoción de un estado caótico, utilizando una red neuronal artificial (RNA) acoplada a un filtro de Kalman para predecir el estado del sistema.

1.1 Justificación

La necesidad de que un sistema se mantenga en estado caótico requiere del desarrollo de técnicas de control que promuevan este comportamiento. Se han desarrollado varias metodologías para controlar el caos estabilizando soluciones periódicas [4]; sin embargo, aun son pocos los trabajos dedicados a la generación de técnicas de control que favorezcan el comportamiento caótico. En el 2000, Louvier Hernández [8] presenta un algoritmo para el anticontrol del caos en un sistema electroquímico, basándose en un modelo de red neuronal del mismo. Sin embargo, debido a que la red neuronal utilizada presenta una desviación considerable con respecto al modelo numérico del sistema, las perturbaciones de control basadas en la predicción de la red neuronal reflejan ese error al momento de aplicar la acción de control. Por ello no se asegura que, en la aplicación del algoritmo sobre un sistema físico experimental, los resultados que se obtengan sean favorables debido a la sensibilidad de los sistemas con dinámica caótica.

incorpora correcciones lineales de las desviaciones entre el modelo numérico, la corrección se realiza mediante la interpolación lineal del comportamiento de estas desviaciones, manteniendo fijo el valor de corrección a pesar de las ligeras variaciones en la dinámica del sistema. Sin embargo, los errores presentes siguen siendo significativos.

En el trabajo de Bernal Osorio[9], se incorpora un filtro de Kalman a la predicción de la RNA y se encuentra que el error disminuye significativamente. El estudio del filtro de Kalman acoplado a redes neuronales ha sido objeto de estudio en la estimación de parámetros de interconexión de neuronas durante el entrenamiento de las mismas. [10,21]

En principio, la forma básica del filtro de Kalman no pudo sustentar la reducción del error de predicción de la red neuronal debido a su alta no-linealidad, siendo oportuno modificar el esquema de operación del filtro para acoplar la RNA y utilizar sus predicciones para predecir los puntos de control conforme avanza la dinámica del sistema [9]. Una vez corregidas las predicciones del modelo de red neuronal artificial con filtro de Kalman (RNA-FK), se utilizó en la implementación de acciones de control sobre el modelo de un sistema electroquímico.

Se hace necesario realizar la verificación de la acción de control del modelo RNA-FK sobre un sistema experimental en tiempo real que presente este tipo de atractor caótico, y sobre el cual pueda ser manipulado un parámetro accesible al sistema que permita promover el caos.

1.2 Objetivo

El objetivo general de este trabajo es aplicar el algoritmo de control no-lineal propuesto por Bernal [9], para promover dinámica caótica en un sistema electroquímico en tiempo real. La aplicación conlleva la caracterización del sistema con datos experimentales previos aplicados al entrenamiento del modelo RNA-FK propuesto. Finalmente la aplicación en tiempo real del algoritmo de control al experimento electroquímico.

...tmo y tomando en cuenta que el arrastre no fue
... será necesario realizar un análisis en un intervalo de
variación del parámetro a fin de ver qué tan robusto es el algoritmo frente a este problema.
En caso de que el arrastre nos lleve a otro tipo de atractor no contemplado en el algoritmo,
será necesario aplicar a éste las condiciones necesarias para que considere el arrastre y
pueda ser aplicado al experimento electroquímico en tiempo real.

ANTECEDENTES

El presente trabajo de tesis se basa principalmente en el estudio de los sistemas dinámicos no-lineales y del control que se ha desarrollado para aprovechar el comportamiento caótico presente en algunos de estos sistemas. En este capítulo se expondrán por consiguiente los temas que ayudarán a conceptualizar y asimilar el caos. Así mismo se retomará los trabajos previos relacionados al tema de anticontrol del caos y los trabajos que dieron origen al algoritmo de anticontrol propuesto por Bernal-Osorio [9] que se aplicará en este proyecto.

2.1 Sistemas dinámicos

Los sistemas dinámicos son aquellos sistemas físicos que presentan una variación de las magnitudes que los definen (posición, velocidad, presión, etc.,) en el tiempo [11]. La dinámica de estos sistemas se representa mediante la forma continua o discreta. Si el tiempo es una variable continua, el sistema es continuo en el tiempo y puede ser descrito en términos de una serie de ecuaciones diferenciales ordinarias,

$$\frac{dx}{dt} = \mathfrak{F}(x, t; \mu) \quad (2.1)$$

donde x es un punto en un conjunto abierto en $R^n : x \in U \in R^n$, $t \in R$, y μ el parámetro fijo de evolución del sistema, $\mu \in R^p$. La solución queda definida por el valor de una condición inicial a un punto x_0 [11]. La función, $F \in R^n$, puede ser cualquier función arbitraria. Los sistemas dinámicos pueden ser lineales o no lineales, según sea la potencia, producto o función de x . Si la dependencia en el tiempo no es explícita, el sistema continuo se considera autónomo y se describe en función de las variables dinámicas:

$$\dot{x}_N = F_N(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2.2)$$

través de pasos discretos en el tiempo, se obtiene un
de manera:

$$x_{N+1} = G(x_N, \mu) \quad (2.3)$$

donde x_N es un vector N-dimensional y G es el mapa que define el sistema.

El espacio de N dimensiones que ocupa el sistema mientras se desarrolla en el tiempo se le conoce como espacio fase, y a la trayectoria que sigue dicha evolución se le llama órbita.

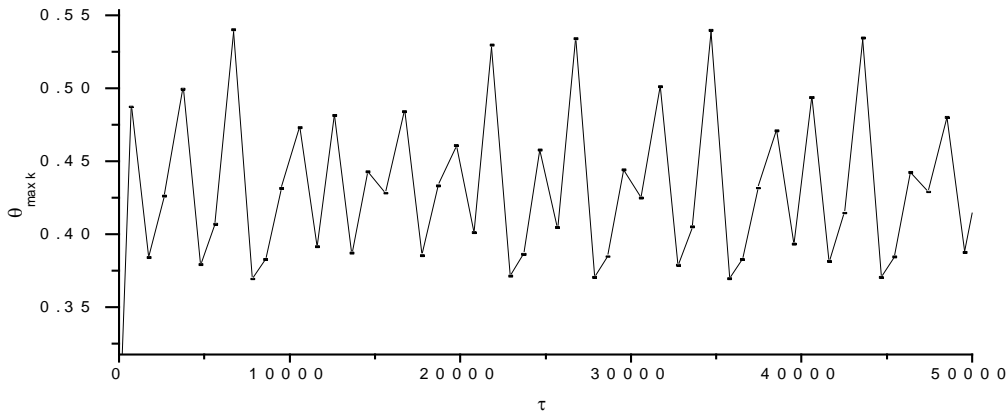
2.1.1 Representación gráfica de sistemas dinámicos

La dinámica de un sistema puede representarse gráficamente a través de series de tiempo, diagramas espacio-fase, secciones de Poincaré, espectros de potencia, entre otras formas; en este apartado solo serán descritos aquellas que se requirieron para el algoritmo de control y su análisis.

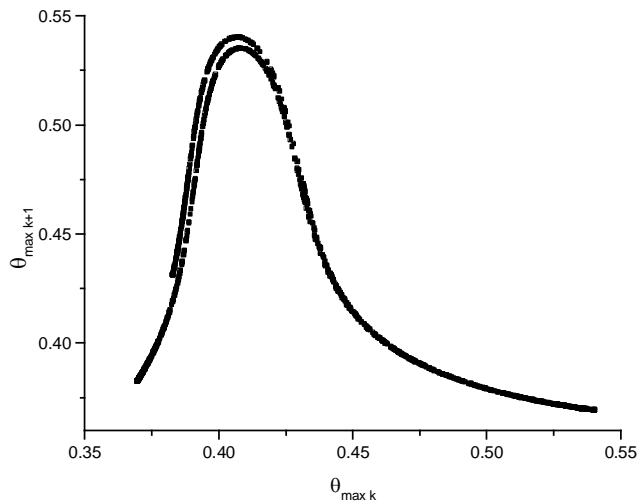
Las series de tiempo muestran la evolución de una variable de estado con respecto del tiempo en intervalos regulares por lo que se ven asociadas a mapas. La representación de la evolución de las variables dinámicas en el espacio fase queda plasmada en los diagramas espacio fase, donde el tiempo es una variable implícita [11].

En el estudio de las ecuaciones diferenciales que gobiernan los sistemas dinámicos, los mapas de próximo máximo / mínimo son de gran utilidad, pues presentan de manera compacta la dinámica del sistema. Estos se construyen utilizando los valores máximos o mínimos de la serie de tiempo, trazando una curva a partir de coordenadas de pares de valores subsiguientes, (actual / previo, próximo/actual). Este procedimiento se ilustra en la Figura 2.1. Una serie de tiempo de una variable (Figura 2.1 (a)) se traduce a un mapa del próximo máximo (Figura 2.1 (b)) utilizando como ordenada el valor de la variable en el máximo de la serie de tiempo actual y como abscisa el valor previo. La serie de tiempo caótica da lugar al objeto geométrico en forma de campana que se observa en la Figura 2.1 (b), y así, un sistema de tiempo continuo se estudia como un sistema de tiempo discreto manteniendo la información de la dinámica del sistema original pero con las bondades de análisis que otorga un sistema discreto, por ejemplo, la sensible reducción en la cantidad de información a procesarse.

...mente descritas proveen de valiosa información sobre ...es específicos de los parámetros, mientras que los diagramas de bifurcación exponen la dependencia de la solución del sistema con respecto a un cambio en el valor de los parámetros de operación, presentando la información de la dinámica de forma global [11]. Una bifurcación queda definida entonces como un cambio en el número de soluciones correspondiente a una ecuación diferencial al variar el valor de un parámetro.



(a)



(b)

Figura 2.1 a) Serie de tiempo y b) mapa de próximo máximo de la variable $\theta_{OH\max}$ mostrando dinámica caótica.

con fuerza en los últimos treinta años, donde el interés por los sistemas dinámicos no lineales y su comportamiento han aumentado. El término caos es comúnmente utilizado para describir desorden y confusión; sin embargo, el significado técnico implica una apariencia de aleatoriedad bajo una naturaleza determinística controlada.

El caos se define entonces, como el comportamiento no lineal de un sistema cuya solución es altamente sensible a las condiciones iniciales [1, 11]. Mientras que para sistemas no caóticos una pequeña diferencia en un valor inicial produce un error en la predicción que crece linealmente con el tiempo, para sistemas caóticos el error crece exponencialmente en el tiempo, por lo que el estado del sistema es desconocido después de un periodo corto de tiempo.

Los sistemas caóticos tienen como característica el no repetir su comportamiento anterior, aún cuando se aproxime. Sin embargo, a pesar de su apariencia irregular, este tipo de sistemas pueden ser descritos por un modelo determinístico [11]. Lo anterior fue demostrado por Lorenz quien expuso sus estudios sobre un modelo de flujo no periódico relacionado con turbulencia, al concluir que su sistema de ecuaciones determinista tenía un comportamiento aperiódico [10].

El caos determinístico ha sido encontrado en un gran número de situaciones físicas como reacciones químicas, láser, turbulencia en fluidos, entre otros. La presencia de caos en un sistema químico se ha relacionado con la característica de buen mezclado y turbulencia.

Algunos sistemas dinámicos no lineales presentan un comportamiento caótico dentro de un determinado valor de parámetro, de manera que la solución de un modelo de sistema dinámico no-lineal puede converger a un atractor caótico. Este es un objeto geométrico delimitado en el espacio que cumple la condición de sensibilidad a condiciones iniciales.

...var a cabo una acción de control de caos, sin embargo, las órbitas periódicas inestables que coexisten con el atractor [6].

2.2.1 Periodo-3 y caos

Al analizar la solución de un sistema no lineal se observa, que después de un estado transitorio inicial, ésta se estabiliza en una oscilación regular o irregular que persiste tanto como $t \rightarrow \infty$. Cuando esta oscilación se repite con una frecuencia determinada, se dice que la órbita es periódica y la frecuencia de oscilación determina el número de periodo. Sin embargo, cuando la oscilación es irregular y nunca se repite exactamente, se dice que es aperiódica.

Li y Yorke [13] mostraron matemáticamente que la presencia de periodo tres asegura la existencia de órbitas de mayor periodicidad y, por consiguiente, caos. Queda establecida la existencia de puntos periódicos de distintas periodicidades bajo el siguiente teorema:

“Sea $x_{n+1} = f(x_n)$ un sistema dinámico definido sobre un intervalo $x \in R$ que presenta un punto periódico de periodo tres. Entonces, este sistema dinámico tendrá puntos periódicos de todos los periodos posibles” .

Haciendo referencia al postulado anterior, en la Figura 2.2 (a) se aprecia la presencia de regiones de periodo-3 intercaladas con regiones donde el comportamiento del sistema es caótico para cierto valor del parámetro de observación s . El recuadro (Figura 2.2 (b)) muestra una ampliación de una zona de la región de periodo-3, donde se hace notar el desdoblamiento del periodo hacia un periodo mayor hasta alcanzar la dinámica caótica.

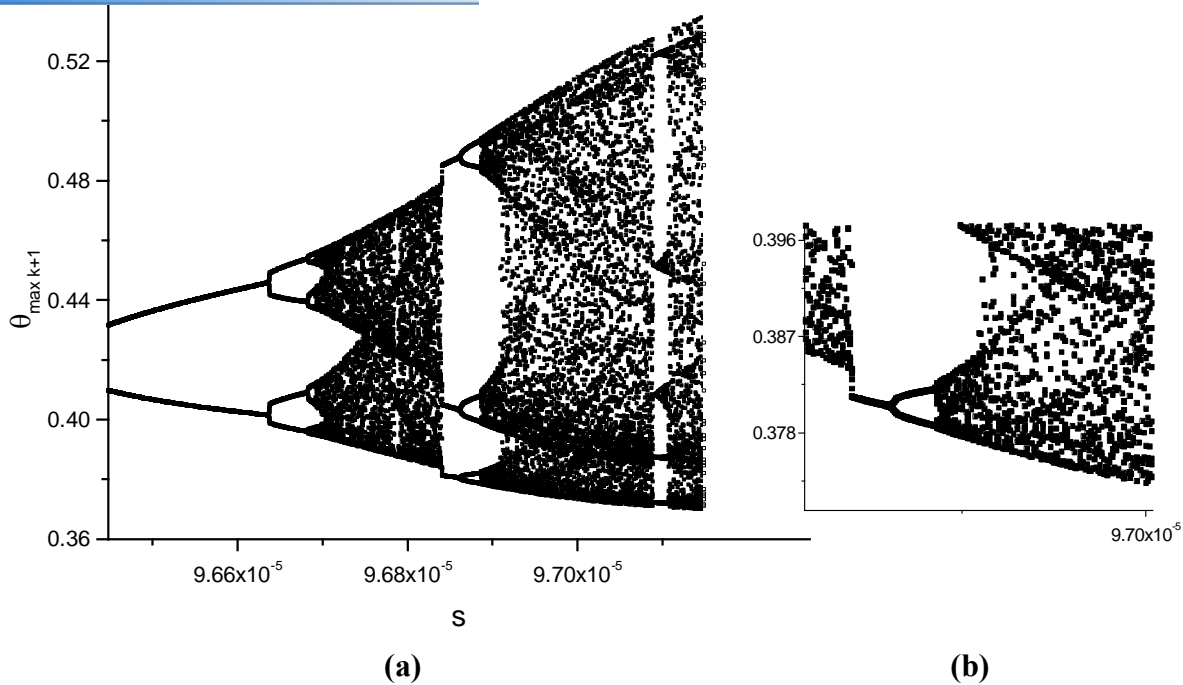


Figura 2.2 a) Diagrama de órbitas donde se observa la presencia de periodo 3 y caos, b) ampliación de la región de periodo-3 donde se observa la continuidad del régimen caótico a partir de periodo-3.

2.3 Anticontrol del Caos

El control del caos se refiere a un proceso de estabilización de órbitas periódicas inestables que coexisten con un sistema caótico. Esto se puede lograr mediante la perturbación de uno de los parámetros del sistema cuando la dinámica alcanza la vecindad de la órbita deseada y así forzar al mismo a permanecer en esa órbita.

Existen reportes de aplicaciones exitosas del control del estado caótico para aumentar la potencia de láseres, sincronizar las salidas de circuitos electrónicos, controlar las oscilaciones en reacciones químicas, estabilizar el latido del corazón de un animal enfermo y codificar mensajes electrónicos para comunicaciones seguras [3, 7].

La idea de controlar el caos con un control retroalimentado fue introducida por Ott y col. [6]. El método se basa en pequeñas perturbaciones que son aplicadas a un parámetro de

control es monitoreada en un mapa de Poincaré del sistema. Cuando la trayectoria cruza esta sección, es calculado el tamaño de la perturbación mediante la ecuación OGY, y el control requerido es aplicado en el siguiente ciclo.

Sin embargo, aunque los métodos de control fueron inicialmente destinados a suprimir el comportamiento caótico en la dinámica de algunos sistemas, estudios posteriores han revelado varios sistemas donde la dinámica aparentemente anormal corresponde a la correcta operación del sistema, por lo que la presencia de un comportamiento caótico es requerida para el buen funcionamiento del mismo. Así, el promover y mantener un estado caótico (anticontrol) puede otorgar ciertos beneficios en sistemas donde la dinámica caótica es requerida.

Algunos trabajos de anticontrol del caos fueron desarrollados en la última década. Visarath In y col. [15], basándose en mapas de retorno de datos experimentales de una cinta magnetomecánica, lograron promover la presencia de caos utilizando ligeras perturbaciones dependientes del tiempo sin utilizar ecuaciones de modelo para conocer la dinámica del sistema.

Zheng-Mao y col. [27], realizaron un algoritmo de promoción de caos para sistemas estables lineales controlables con una sola variable de entrada. Un sistema lineal estable tiende a converger al origen de modo que el algoritmo propuesto introduce un efecto expandido al sistema controlado a fin de que este efecto inherente y asintótico de estabilidad se vea afectado.

Zheng-Ming Ge y An-Ray Zhang [25], probaron que es posible encontrar caos realizando anticontrol al sistema de orden fraccional del modelo van der Pol, agregando a éste un término constante o bien un término periódico forzado del tipo $k|x|\sin x$ donde x es una variable de estado del sistema.

amente control retroalimentado con tiempo de retraso a
ado caótico y mejorar así la eficiencia de la agitación.

Utilizaron 3 parámetros accesibles del motor como variables de control y lograron mejorar la eficiencia del agitador en un 300%.

Louvier-Hernández y col. [30], basándose en la premisa de que el comportamiento caótico puede ser benéfico para el mezclado en un sistema electroquímico, desarrollaron un algoritmo para generar comportamiento caótico en regiones donde se observaba la presencia de periodo-3. Este algoritmo tuvo como objetivo implementar acciones de control sobre un parámetro del sistema para manipular la respuesta sobre la variable independiente observada y así mantener el sistema dentro de una región de estado caótico.

En ausencia de datos experimentales, Louvier trabaja sobre un modelo de corrosión propuesto por McCoy y col. [16], descrito más adelante en el Capítulo 3. Éste involucra tres variables independientes y 5 parámetros adimensionales de los cuales manipula uno (parámetro s , referido al potencial anódico). Además, utiliza una red neuronal como herramienta de apoyo en la aplicación del control de la siguiente manera:

1. A partir del modelo real (modelo de corrosión), se obtiene su solución barriendo sobre un amplio intervalo de valores para el parámetro a manipular. Se realiza un diagrama de órbitas para localizar las regiones de periodo-3.
2. Una vez obtenida la solución, se compone un mapa de próximo máximo (MPM) generado con los puntos máximos del comportamiento de una variable observable, en este caso la fracción de electrodo cubierta OH . Ello con el fin de reducir dimensionalmente el sistema para su estudio sin perder la dinámica global del mismo, y así verificar la existencia de periodo-3 a un determinado valor del parámetro.
3. Se entrena una red neuronal con datos del modelo real con el fin de que ésta sea capaz de reproducir de manera aproximada el comportamiento dinámico del modelo real.

se usa como modelo de referencia para aplicar en la transición de periodo-3 a estado caótico mediante un modo de control. Los modos de control implementados por Louvier [8] son el control proporcional retroalimentado y el control proporcional retroalimentado-predictivo.

5. Como una alternativa para compensar el error presente en las desviaciones en la predicción de la red neuronal de los puntos de periodo-3 Louvier realiza una compensación del error a partir de la previa observación de la dinámica del sistema, estimando, fuera de línea, la desviación de la predicción de la red respecto a la respuesta correspondiente del modelo numérico para 6 valores del parámetro de observación y utilizando una interpolación lineal sobre esos valores.

Bernal-Osorio [9], basándose en el trabajo de Louvier-Hernández y las desviaciones de su algoritmo de RNA con el sistema de ecuaciones del modelo electroquímico, incorpora un acoplamiento de filtro de Kalman a la RNA de modo que el error en la predicción se disminuye significativamente de un 10 hasta un 1%. En ausencia de datos experimentales, Bernal trabaja con el mismo modelo utilizado por Louvier-Hernández [8]. El algoritmo de red neuronal artificial acoplado a un filtro de Kalman (RNA-FK) funciona de la siguiente manera:

La estrategia de control a aplicar es la misma utilizada por Louvier-Hernández [8], y se basa en la desestabilización de órbitas de periodo-3 para que logren un estado caótico utilizando pequeñas perturbaciones en el parámetro s de la siguiente manera:

1. Una vez encontrados los puntos de periodo-3 a partir de la predicción de la red se compone un MPM sobre el cual se llevara a cabo la acción de control.
2. Se realiza una corrida utilizando al modelo RNA-FK como modelo aproximado del sistema y se extrae el MPM a un valor fijo del parámetro donde se observó presencia de periodo-3.
3. Para la aplicación del control se escoge un punto del MPM, en este caso se eligió el de mayor valor, alrededor del cual se define una región de control r_c con el fin de proporcionar un margen de acción del controlador.

ma en el tiempo (solución del modelo numérico) para componer un MPM, utilizando dos puntos máximos continuos, actual y previo $(\theta_{OH \max k-1}, \theta_{OH \max k})$, cada cual se evaluará con respecto al punto de control de periodo-3 $(\theta'_{OH \max i-1, p^e}, \theta'_{OH \max i, p^3})$ mediante el cálculo de la distancia entre ambos puntos. Esta distancia indicará si el punto está dentro o fuera de la región de control y dependiendo de ello será la acción de control.

$$d_1 = \left[(\theta_{OH \max k-1} - \theta'_{OH \max i-1, p^3})^2 + (\theta_{OH \max k} - \theta'_{OH \max i, p^3})^2 \right]^{0.5} \quad (2.4)$$

5. El modo de control es un control proporcional retroalimentado-predictivo, dado por la siguiente ecuación

$$s = s_0 + \alpha (r_c^2 - d_1^2) + \gamma (r_c^2 - d_2^2) \quad (2.5)$$

donde d_1 y d_2 son las distancias de los puntos actual y predicho, respectivamente, aplicando dos diferentes acciones de control, para mantener el sistema dentro de la región de estado caótica y prevenir una futura tendencia del sistema hacia la estabilidad del mismo. Los parámetros α y γ son parámetros del controlador.

El primer término de la ecuación 2.5 corresponde al control proporcional para modelos discretos y el segundo refiere la parte predictiva del control.

En este caso, el control predictivo trabaja sobre el valor de la variable actual y un posible valor de la variable predicho. Para esto se utiliza a la red neuronal ya entrenada como un modelo predictivo.

La parte predictiva del control hace uso de las predicciones de la red neuronal para estimar a futuro el estado del sistema y evaluar si es necesario prevenir la presencia de periodo-3 realizando una perturbación al parámetro en base a la distancia entre el punto predicho y el punto de control.

FUNDAMENTO TEÓRICO

En este capítulo, debido a la necesidad de conocer el principio básico de las redes neuronales, se hace una descripción de su estructura funcionamiento y entrenamiento. De igual forma se describe el filtro de Kalman. Para terminar esta sección se describe el algoritmo de anticontrol en sistemas electroquímicos propuesto por Bernal [9].

3.1 Redes neuronales artificiales (RNA's)

Las redes neuronales artificiales (RNA's) son un conjunto de unidades llamadas neuronas conformadas en series de capas e interconectadas entre sí mediante conexiones o axones, donde a cada una se le asocia una función de entrada y una de salida [18]. Las neuronas son entrenadas para reaccionar a los estímulos de entrada de una manera deseada en base a un previo conocimiento del entorno del problema, emulando de cierta manera al cerebro humano.

Esta tecnología es muy útil en aquellas aplicaciones en las cuales se dispone de un registro de datos y se desconoce la estructura exacta y parámetros que pudieran modelar el sistema. Las redes neuronales tienen una gran habilidad de aproximar la no-linealidad lo que permite la predicción de series de tiempo caóticas con gran exactitud [18]. Pueden ser usadas para aproximar cualquier función continua de n variables reales, mediante la construcción de modelos continuos o discretos [8].

La entrada de cada neurona es la suma de las salidas (V_{ij}) de la capa anterior a la cual se le añade un peso de interconexión (w_{ijk}), y que es alimentada a una función de activación no

formación. La respuesta de la red es producida por las
mediante una combinación lineal de cada una de sus
entradas y el umbral (θ_{ij}) correspondiente.

La estructura de la red o interconexión de sus elementos es la forma en la cual las unidades agrupadas en capas, de entrada, ocultas y de salida, comunican su salida a las entradas de otras unidades de manera que se tiene una red completamente conectada. Las capas de entrada y salida quedan determinadas por el sistema y la forma en la que se procesa la información. El número de capas necesario para obtener un resultado aceptable puede ser tres o cuatro capas, de las cuales dos corresponden a las capas de entrada y salida. Para fijar la estructura de la red, se requiere especificar una regla de activación, un patrón de conectividad y una regla de aprendizaje. Los dos últimos se basan en una selección empírica. La regla de activación corresponde a la combinación de las entradas en cada neurona para producir la salida y esta dada por la función de activación.

La función de activación se encuentra en cada neurona de red. Ésta determina en parte el tipo de red neuronal a utilizar y puede tener diferentes formas, siendo la más común la función sigmoideal:

$$g(Y_i) = 0.5(1 + \tanh(Y_i)) = \frac{1}{(1 + e^{-Y_i})} \quad (3.1)$$

3.1.1 Arquitecturas de las RNA's

El patrón de conectividad está relacionado con la arquitectura de la red, la cual define la forma en la cual se transmite la información y queda determinada según la aplicación de la red. Las arquitecturas más comunes son las de alimentación hacia delante o de propagación hacia atrás y recurrentes. En el presente trabajo se hace uso de las primeras.

La arquitectura de una RNA de alimentación hacia adelante de cuatro capas se muestra en la Figura 3.1. La conectividad entre neuronas se da de tal manera que cada neurona distribuye la información o respuesta a todas las neuronas de la capa inmediata superior.

distribuyen sus entradas a la capa superior, la cual es calculan su salida según la función no lineal utilizando como variable la suma de la entrada, el peso de interconexión y un umbral correspondiente a esa neurona:

$$Y_{ij} = w_{ijk} V_{ij} + \theta_{ij} \quad (3.2)$$

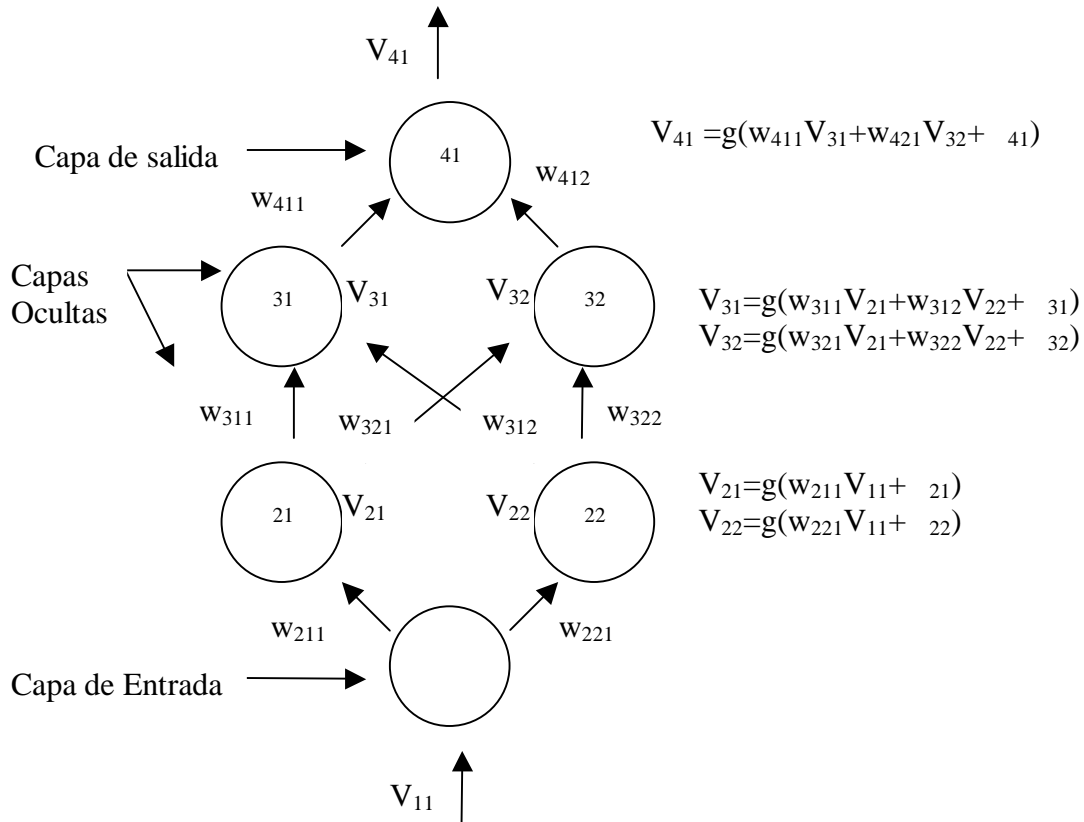


Figura. 3.1 Esquema de una red neuronal de alimentación hacia adelante.

Las neuronas de la capa de final o de salida producen su salida como una combinación lineal de sus entradas y el umbral de la misma.

Las redes recurrentes tienen una estructura similar a las anteriormente descritas, excepto que permiten el uso de lazos de retroalimentación formando conexiones adicionales [18].

Se debe especificar la regla de aprendizaje o entrenamiento de la red con el fin de que se modifique la forma de conexión entre neuronas o se varíe el valor de los parámetros de interconexión a través de la experiencia del mismo entrenamiento, de manera que minimice el error entre los valores observados y los predichos por la salida de la red.

El proceso de aprendizaje más práctico consiste en la adaptación progresiva de los valores de los parámetros de las interconexiones (pesos y umbrales) que permita a la red aprender un comportamiento deseado. Para esto es necesario un conjunto de datos de entrenamiento entrada-salida que representen al sistema de estudio. Los datos de entrada son alimentados a la red neuronal y se compara la salida de la red con la equivalente salida de datos de entrenamiento, cuya diferencia o error cuadrático medio se busca minimizar, de manera que el proceso se repita mientras los valores de los pesos se ajustan. En la literatura se encuentran diversos métodos que resuelven el problema de minimización del entrenamiento de redes neuronales, entre los cuales destacan el descenso inclinado y el método de gradiente conjugado. Este último es más eficiente cuando se tiene un conjunto de entrenamiento desde el inicio [18].

Es necesario definir un criterio que permita terminar la etapa de entrenamiento. Para ello se lleva a cabo la validación del modelo de red mediante diferentes técnicas. La técnica de validación cruzada permite su aplicación durante el entrenamiento. Esta técnica consiste en la distribución de los datos con los que se desea obtener el modelo de red en un conjunto de datos de entrenamiento y otro de validación. Este último grupo de datos es utilizado para verificar la habilidad de generalización del modelo, observando el comportamiento del error con respecto al número de iteraciones para localizar el punto de mínimo error [14].

Una vez entrenada la red, es posible alimentar una nueva entrada de manera que produzca una respuesta razonable y concordante con el sistema modelado.

El filtro de Kalman es una herramienta compuesta de ecuaciones dinámicas que puede ser utilizada para estimaciones estocásticas a partir de mediciones erróneas, cuya base predictiva-correctiva minimiza la covarianza estimada de ese error. Por otra parte, es un filtro adaptativo que opera sobre una serie temporal de entrada cuyos coeficientes pueden variarse a voluntad, de un instante temporal al siguiente, mediante un algoritmo adaptativo. Así, estima el estado de un sistema a partir de mediciones con posibles errores, mediante cálculos iterativos en base a un estimado inicial de la variable [19].

Dada una medición con ruido experimental considerado como ruido blanco con desviación media cero, es posible aplicar el filtro de Kalman si se conoce un valor previo de la variable a corregir, la matriz de covarianza del error de la misma y un valor de medición actual de la variable.

En la actualidad existen varias versiones del filtro, de entre las cuales las más sencillas y utilizadas son el filtro de Kalman en su forma original, también conocido como filtro de Kalman discreto, y el filtro de Kalman extendido. El filtro de Kalman discreto aborda el problema general de estimar un estado $x \in R^n$ de un proceso discreto en el tiempo descrito por la ecuación en diferencias lineal estocástica [16],

$$x_k = Ax_{k-1} + w_{k-1} \quad (3.3)$$

cuya medición $z \in R^m$ es,

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (3.4)$$

donde w_k y v_k representan el ruido blanco del proceso y de medición respectivamente, siendo independientes entre sí, con distribución de probabilidad normal [$p(w) \in N(0, Q)$, $p(v) \in N(0, R)$], y cuyas matrices de covarianza Q y R se consideran constantes.

En ausencia de ruido de proceso, la matriz A relaciona el estado previo x_{k-1} con el actual x_k , mientras la matriz H relaciona el estado x_k con la medición z_k . Ambas matrices se consideran constantes.

del estado k del sistema a partir del conocimiento de un estado $k-1$, y $\hat{x}_k \in \mathcal{X}$ un estimado a posteriori a tiempo k a partir de una medición z_k ; el filtro se concentra en estimar \hat{x}_k a partir de la combinación lineal de \hat{x}_k^- y la diferencia entre z_k y una predicción de la medición $H\hat{x}_k^-$, multiplicada por un factor de peso K .

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (3.5)$$

La matriz K se denomina ganancia de Kalman y se calcula a partir de las covarianzas del error, P , entre el estado actual y las estimaciones a priori, de tal forma que se minimice la covarianza del error a posteriori.

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (3.6)$$

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (3.7)$$

$$\hat{P}_k = (1 - K_k H) P_k^- \quad (3.8)$$

El filtro de Kalman estima el estado del proceso a un tiempo dado y obtiene una retroalimentación a partir de la comparación de su estimado y la medición errónea, actuando como una clase de control retroalimentado.

Las ecuaciones que conforman el filtro se clasifican en predictivas y correctivas, correspondientes a las dos etapas de operación del filtro. Las ecuaciones predictivas se encargan de proyectar en el tiempo el posible valor de la medición, a partir de un conocimiento aproximado del estado y covarianza iniciales, para así obtener el estimado del estado y covarianza a priori.

Estos estimados serán utilizados en la siguiente etapa de corrección-actualización de mediciones, donde al incorporar el valor actual de la medición errónea z_k se calcula la ganancia de Kalman para generar un nuevo estimado del estado y covarianza, obteniendo una mejor estimación del verdadero estado actual del sistema. Los nuevos estimados son nuevamente retroalimentados a la etapa predictiva, generando un ciclo de predicción-corrección de estado de medición en el tiempo. Esta secuencia de funcionamiento del filtro de Kalman es presentada en la Figura 3.2.

desarrollado directamente para sistemas muestreados o s por ecuaciones en diferencias estocásticas lineales.

Posteriormente se amplió a sistemas no lineales, utilizando una forma que linealiza alrededor del estimado actual utilizando las derivadas parciales de las funciones del proceso y medición del estado del mismo.

A esta modalidad se le conoce como filtro de Kalman extendido que de igual manera basa su operación en generar ecuaciones predictivas y correctivas para la estimación del estado actual de un sistema a partir de una medición errónea.

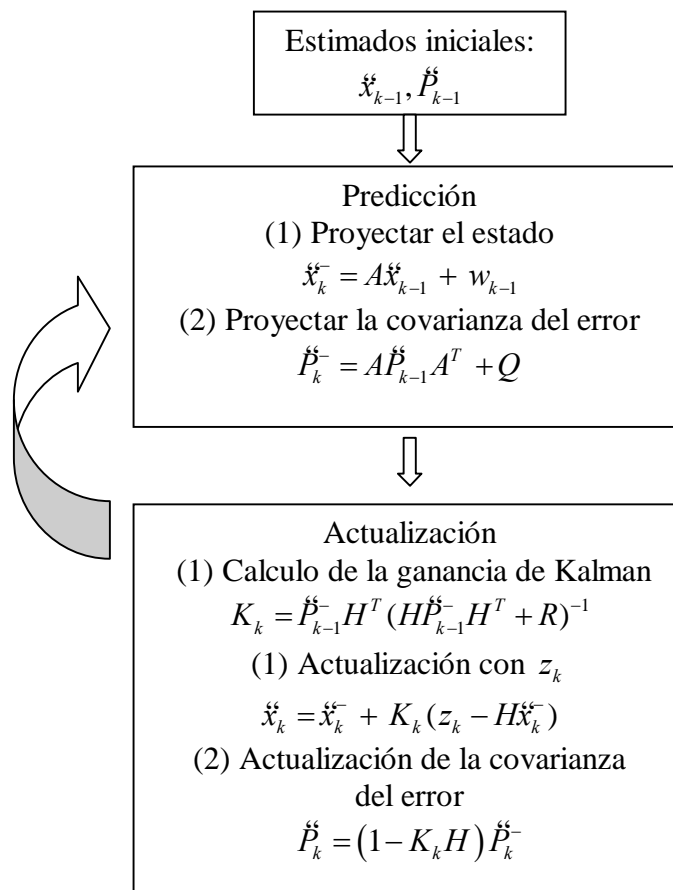
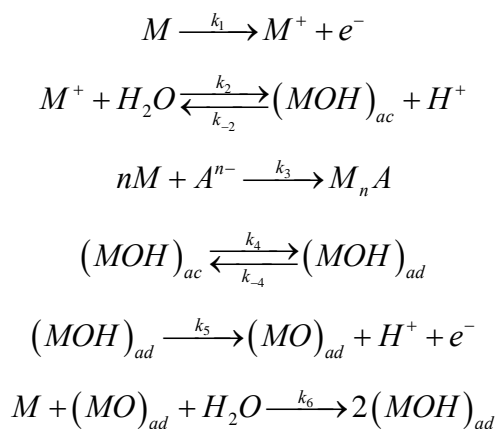


Figura 3.2 Diagrama de flujo de operación del filtro de Kalman discreto.

electroquímico empleado por Bernal Osorio [9].

el modelo de corrosión electroquímica propuesto por McCoy y Col. [16] y corresponde a un sistema de reacciones químicas que ocurren durante el proceso de electrodisolución de un metal dentro de una celda electroquímica.

Este modelo considera una celda que contiene una muestra metálica o electrodo de trabajo, un electrodo de referencia, un electrodo auxiliar que proporciona la corriente de trabajo y un electrolito capaz de reaccionar con el metal electro-depositado en uno de los electrodos de la celda, donde se genera un cambio de potencial medible. A raíz de las reacciones en la interfase solución-muestra metálica, el metal se disuelve en la solución acuosa, suponiendo buen mezclado. El potencióstato controla la diferencia de potencial entre el electrodo auxiliar y de trabajo y mide el flujo de corriente entre ambos. Dentro de la celda electroquímica, aunado al proceso de electrodisolución, se lleva a cabo un proceso de pasivación o pérdida de reactividad química debido a que la superficie del metal puede estar cubierta por películas adsorbidas de hidróxido (MOH) y óxido (MO) del metal reduciendo la superficie de reacción. Las reacciones correspondientes a este último proceso son:



donde, k_1 , k_2 , k_3 , k_4 , k_5 , k_6 , k_{-2} , k_{-4} y k_{-6} corresponden a las constantes de velocidad asociadas a cada una de las reacciones; A^{n-} , son los iones presentes en la disolución, cuyo producto de reacción y $M_n A$, es un precipitado inerte.

Por tres ecuaciones diferenciales ordinarias, se obtiene a
ecuaciones cinéticas para las reacciones presentadas

previamente [6, 10]. Las ecuaciones son:

$$\dot{Y} = p(1 - \theta_{OH} - \theta_O) - qY \quad (3.9)$$

$$\dot{\theta}_{OH} = Y(1 - \theta_{OH} - \theta_O) - \theta_{OH} \left[e^{(-\beta\theta_{OH})} + r \right] + 2s\theta_O(1 - \theta_{OH} - \theta_O) \quad (3.10)$$

$$\dot{\theta}_O = r\theta_{OH} - s\theta_O(1 - \theta_{OH} - \theta_O) \quad (3.11)$$

Las variables que conforman el modelo son la fracción de superficie de metal cubierta de óxido [θ_O] y la fracción de superficie de metal cubierta por hidróxido [θ_{OH}].

Las variables independiente y dependiente a controlar en el sistema electroquímico experimental son la intensidad de corriente y el potencial generado entre electrodos. La intensidad de corriente, traducida a variable independiente del modelo numérico, está relacionada con la velocidad de reacción.

El comportamiento periódico y caótico del sistema depende de los valores dados a los parámetros. En [16] se reportan los siguientes valores de parámetro a los que el modelo del sistema electroquímico presenta un comportamiento estable de periodo-3:

$$\begin{aligned} p &= 2.0 \times 10^{-4} \\ q &= 1.0 \times 10^{-3} \\ r &= 2.0 \times 10^{-5} \\ &= 5.0 \end{aligned}$$

Estos parámetros son adimensionales y están en función de las constantes de velocidad de las reacciones (k_i). El resultado de integrar numéricamente el modelo numérico antes descrito utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden se tomará como referencia en ausencia de un sistema experimental, por lo que a partir de esta sección se referirá como modelo real.

nde al esquema de alimentación hacia delante utilizado por Louvier [8], el cual esta basado en el trabajo de González-García [14] sobre construcción y entrenamiento de RNA ϕ s para la obtención de mapas de próximo mínimo a partir de datos experimentales.

La red utilizada durante el entrenamiento esta compuesta por cuatro capas, dos de ellas ocultas conteniendo cada una 12 neuronas activadas con una función sigmoïdal. La capa de entrada consiste en una neurona para la variable de estado y una neurona para el parámetro de operación. La variable de estado de observación es la fracción de superficie de metal cubierta de hidróxido.

El modelo de red ha sido entrenado con datos obtenidos de la integración del modelo real en los valores de parámetro p , q , r y ϕ expuestos en la sección 3.1. Se utilizaron como valores iniciales para resolver el modelo real:

$$Y = 0.105, \quad \phi_{OH} = 0.320, \quad \phi = 0.1168$$

$$Y = 0.114170, \quad \phi_{OH} = 0.264339, \quad \phi = 0.116420$$

Los datos se obtuvieron a partir de 32 simulaciones del modelo real, utilizando como entrada los valores máximos de ϕ_{OH} obtenidos a partir de la serie de tiempo, realizando un barrido sobre $s = [9.62 \times 10^{-5}, 10.2 \times 10^{-5}]$ donde se registra la dinámica periódica mixta, utilizando intervalos irregulares del parámetro s . El conjunto de datos de entrenamiento incluye los datos de los transientes para las soluciones periódicas y 100 datos para las soluciones caóticas, siendo en total 1021 datos de entrenamiento.

La entrada de datos de manera discreta otorga al modelo de red neuronal la forma:

$$\theta'_{OH \max k-1} = f_{RNA}(\theta'_{OH \max k-1}; s) \quad (3.12)$$

con la cual se obtendrán directamente datos discretos para la construcción de los mapas de próximo máximo utilizados en la etapa de control más adelante descrita.

la red se utilizó como criterio de optimización la del error:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \sum_p (\theta_{OH \text{ exp}}^p - \theta_{OH}^p)^2 \quad (3.13)$$

donde la diferencia corresponde al error de la predicción de la red neuronal respecto a la respuesta del modelo real evaluada para el p -ésimo punto del conjunto de datos de entrenamiento. Mediante el método de gradiente conjugado se obtuvo un porcentaje de error promedio de 1.2%, después de 41 ciclos del gradiente conjugado.

3.5 Adaptación del filtro de Kalman para la reducción de errores de predicción del modelo de RNA (modelo RNA-FK)

El filtro de Kalman en su forma original es una buena herramienta predictora y correctora de señales en las cuales se tiene cierta incertidumbre; sin embargo, está enfocado a sistemas gobernados por ecuaciones en diferencias estocásticas lineales. La versión extendida para sistemas no lineales, es inapropiado para nuestro sistema pues también se basa en métodos de linearización alrededor de un punto o trayectoria provocando una perturbación o error del modelo.

Se propuso una modificación de la estructura del filtro, de modo que éste incorpore la no-linealidad de la red y el error de predicción pueda ser reducido. La propuesta se basa en que al alimentar a la red neuronal y al sistema real un mismo valor $\theta_{OH \text{ max } k-1}$ a tiempo $k-1$ para obtener una respuesta $\theta_{OH \text{ max } k}$ del sistema real y del modelo de red a un tiempo k , es posible definir un error a partir de la diferencia entre ambas respuestas:

$$e_k = \theta_{OH \text{ max } k} - f_{RNA}(\theta_{OH \text{ max } k-1}; s) \quad (3.14)$$

3.6 Diseño y aplicación del modelo RNA-FK.

La metodología de diseño y adaptación del filtro de Kalman es de la siguiente manera:

- Sean
 - $\theta_{OH \text{ max } k-1}$, la respuesta del sistema real a tiempo $k-1$;
 - $\theta_{OH \text{ max } k-1}^*$, a una predicción inicial de la red neuronal a tiempo $k-1$;

red neuronal a tiempo k ;

$\theta_{OH \max k}$, el valor corregido de la variable a la salida del filtro.

- Se puede considerar a la salida de la red neuronal como una medición ruidosa de la respuesta del sistema real, donde el error puede ser actualizado al tiempo k , de modo que se tome como valor de referencia para la acción de filtrado la respuesta de la función de red evaluada en un valor previo conocido del sistema real $\theta_{OH \max k-1}$

$$f_{ref} = f_{RNA}(\theta_{OH \max k-1}, s) \quad (3.15)$$

- La parte predictiva del filtro de Kalman trabaja de manera independiente al estimar el estado del sistema a partir de un valor previo estimado, por lo que es posible sustituirla por la funcionalidad no lineal predictiva del modelo de red neuronal.

$$\theta_{OH \max k}^- = f_{RNA}(\theta_{OH \max k-1}^-, s) \quad (3.16)$$

- Por otra parte, la parte correctiva del filtro trabaja con datos en tiempo real para su corrección, por lo que es apropiada una segunda modificación al esquema de operación del filtro de Kalman. En la ecuación de actualización (ver Ecuación 3.5) se incluye el modelo de referencia o medición de red neuronal alimentado con un valor previo de la respuesta del sistema real. Esto ayuda a obtener de manera directa la desviación de la red neuronal a partir de un valor de respuesta previo del sistema y facilita la eliminación del error.

$$\theta_{OH \max k}^+ = f_{RNA}(\theta_{OH \max k-1}^+, s) + K(f_{RNA}(\theta_{OH \max k-1}; s) - f_{RNA}(\theta_{OH \max k-1}^+, s)) \quad (3.17)$$

$$\theta_{OH \max k}^+ = \theta_{OH \max k}^- + K(f_{ref} - \theta_{OH \max k}^-) \quad (3.18)$$

La aplicación del filtro de Kalman una vez incorporadas las modificaciones se presenta de manera gráfica en la Figura 3.3 mediante un diagrama de flujo. La dinámica del filtro es la siguiente:

- Sean

z_{k-1} , la respuesta $\theta_{OH \max k-1}$ del sistema real a tiempo $k-1$;

z_k^+ , la salida de referencia de la red neuronal alimentada entada con z_{k-1} ;

de la red o un dato retroalimentado del filtro;

x_k , la predicción $\theta_{OH \max k}$ de la red neuronal a partir de x_{k-1}

x_{k-1} , el valor $\theta_{OH \max k-1}$ corregido por el filtro;

- Se inicializa el filtro a partir de un estimado inicial, x_{k-1} , utilizando la red neuronal para obtener una predicción x_k^- del estado.

$$x_k^- = f_{RNA}(x_{k-1}, s) \quad (3.19)$$

- De igual manera, se obtiene la predicción de la red neuronal a partir de un valor z_{k-1} del sistema real con el fin de obtener el valor de referencia o medición ruidosa, z_k .

$$z_k = f_{RNA}(Z_{K-1}, s) \quad (3.20)$$

- Se calcula la covarianza del error presente en la predicción de la red, \dot{P}_k^- a partir de un estimado inicial \dot{P}_{k-1} .

$$\dot{P}_k^- = A\dot{P}_{k-1}A^T + Q \quad (3.21)$$

- Estos estimados serán utilizados en la siguiente etapa de corrección-actualización de mediciones, donde al incorporar el valor actual de la medición errónea z_k se calcula la ganancia de Kalman K para generar un nuevo estimado del estado y covarianza.

$$K_k = \dot{P}_k^- H^T (H\dot{P}_k^- H^T + R)^{-1} \quad (3.22)$$

$$x_k = x_k^- + K_k (z_k - Hx_k^-) \quad (3.23)$$

$$\dot{P}_k = (1 - K_k H)\dot{P}_k^- \quad (3.24)$$

- Los valores x_{k-1} y \dot{P}_{k-1} arrojados por el filtro son retroalimentados. El primero retorna al modelo de red neuronal como valor de entrada, mientras que el segundo es utilizado en el filtro en la siguiente iteración. Para la estimación del valor de

iente paso en el tiempo $k+1$, se utiliza el valor real del tiempo k , y así sucesivamente.

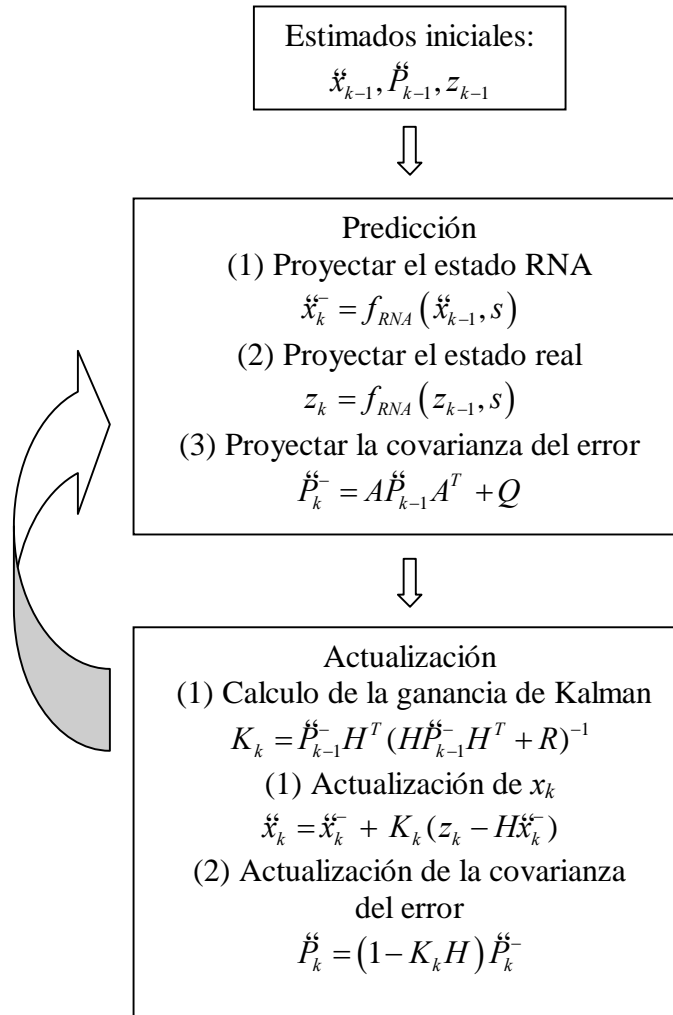


Figura 3.3 Diagrama de flujo de operación del filtro de Kalman con la adaptación de red neuronal (modelo RNA-FK).

3.7 Predicción de puntos de control (Periodo-3)

Una vez acoplado el filtro de Kalman a las predicciones de la red neuronal, éste servirá para determinar los puntos de control sobre los cuales actuará el controlador para la desestabilización del sistema. Se requiere que el sistema no alcance el estado de estabilidad periódica, por lo que es preciso conocer los valores de convergencia de periodo-3 en el

necesario utilizar la predicción de la red neuronal; sin
anteriormente, esta predicción contiene desviaciones de
comportamiento real, por lo que los puntos predichos no corresponden a los valores reales,
siendo necesaria la aplicación del filtro de Kalman para eliminar la mayor cantidad de error
y así poder predecir de una manera mas precisa los puntos de periodo-3.

La red neuronal requiere de igual manera un tiempo para estabilizar su predicción por lo
que se plantea la necesidad de utilizar la menor cantidad de puntos predichos por la red para
encontrar el valor estable de periodo-3. Debido a que el control se realizará en la vecindad
del estado de periodo-3, las predicciones de la red tendrán un comportamiento particular, en
el que los valores máximos de la variable de estado irán oscilando alrededor de cada punto
del periodo tanto para la solución del modelo real como para la salida de la red neuronal, y
conforme el número de iteración incrementa la oscilación se estabiliza hacia el valor de
estado estable.

Ordenando los datos según el correspondiente grupo asociado a un punto del periodo-3, es
posible evaluar las predicciones de OH_{max} de la red neuronal mediante comparaciones entre
2 valores continuos de cada grupo, sujetas a una tolerancia de convergencia definida la cual
definirá el número mínimo de predicciones a utilizar para la estimación del punto estable de
periodo-3. Una vez obtenido el último valor de una serie que cumpla la tolerancia, se
promedia este último con un valor previo y así obtenemos el punto al cual convergería la
solución. El valor de la tolerancia se escogerá de tal forma que represente la mejor
aproximación al valor del estado estable del periodo-3.

Esta forma sencilla de determinar cada uno de los puntos de periodo-3 se debe a que los
valores de predicción van trazando a través de la convergencia una trayectoria hacia un
punto estable, haciendo posible (en este caso) definir este último analizando las diferencias
entre cada punto. Además, la convergencia de los datos puede variar ya sea que la
estabilización se dé de manera oscilatoria alrededor de un valor como en este caso o de
forma asintótica, siendo de igual manera conveniente el promedio de los dos últimos
valores.

se basa en la desestabilización de órbitas de periodo-3 para que logren un estado caótico utilizando pequeñas perturbaciones en el parámetro s . Una vez encontrados los puntos de periodo-3 a partir de la predicción de la red se compone un MPM sobre el cual se llevara a cabo la acción de control.

Se realiza una corrida utilizando al modelo RNA-FK como modelo aproximado del sistema y se extrae el MPM a un valor fijo del parámetro donde se observó presencia de periodo-3, el cual está gráficamente representado por 3 puntos en la Figura 3.4. Para la aplicación del control se escoge un punto del MPM, el cual puede ser cualquier punto de periodo-3, pero en este caso, para realizar futuras comparaciones, se elige el punto de mayor valor alrededor del cual se define una región de control r_c con el fin de proporcionar un margen de acción del controlador.

El estado del sistema se evalúa de la siguiente manera: De la evolución del sistema en el tiempo (solución del modelo numérico) obtenemos los máximos para componer un MPM, utilizando dos puntos máximos continuos, actual y previo $(\theta_{OH \max k-1}, \theta_{OH \max k})$, cada cual se evaluará con respecto al punto de control de periodo-3 $(\theta_{OH \max i-1, p^e}^e, \theta_{OH \max i, p^3}^e)$ mediante el cálculo de la distancia entre ambos puntos. Esta distancia indicará si el punto está dentro o fuera de la región de control y dependiendo de ello será la acción de control.

El modo de control a aplicar es un control proporcional retroalimentado-predictivo, el cual esta dado por la Ecuación 3.18:

$$s = s_0 + \alpha(r_c^2 - d_1^2) + \gamma(r_c^2 - d_2^2) \quad (3.25)$$

donde d_1 y d_2 son las distancias de los puntos actual y predicho, respectivamente, aplicando dos diferentes acciones de control, para mantener el sistema dentro de la región de estado caótica y prevenir una futura tendencia del sistema hacia la estabilidad del mismo.

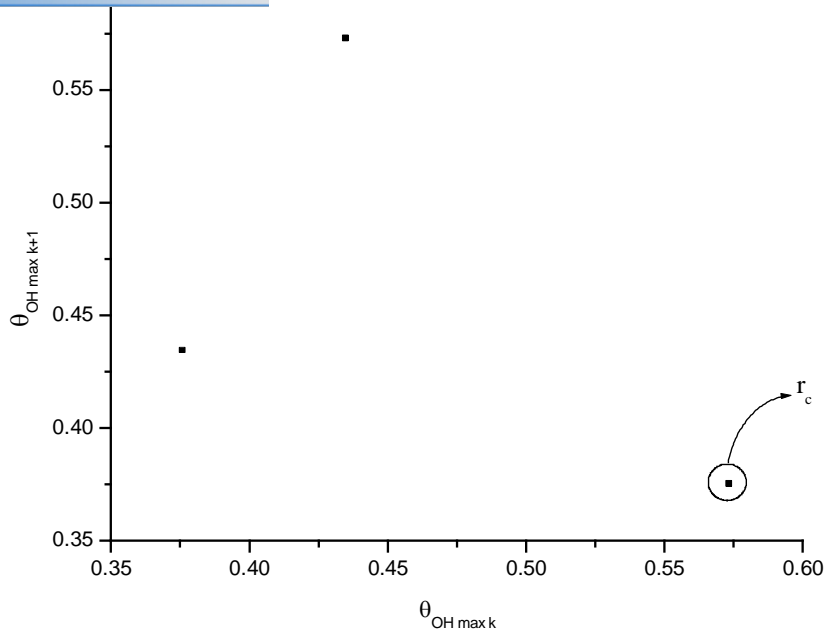


Figura 3.4 Mapa de próximo máximo (MPM) representando la dinámica de periodo-3 del sistema electroquímico para $s = 9.86 \times 10^{-5}$

Los parámetros γ y δ son parámetros del controlador. El primer término de la ecuación 3.18 corresponde al control proporcional para modelos discretos y el segundo refiere la parte predictiva del control. El procedimiento de control se ilustra en la Figura 3.5 de manera global.

Primeramente, al resolver el modelo real, éste es evaluado para determinar si habrá acción de control, aplicando una acción correctiva sobre el parámetro controlable alrededor del punto de control según la presencia de una o ambas variables, actual y predicha, dentro de la región de control. Si un punto del MPM del modelo real cae dentro de la región de control, se aplica una acción de control que modifique el valor del parámetro manipulable para asegurar que el próximo punto no caiga en la región de control y el sistema no tienda al estado de periodo-3. El valor del parámetro perturbado es retroalimentado hacia el modelo real a manera de ciclo.

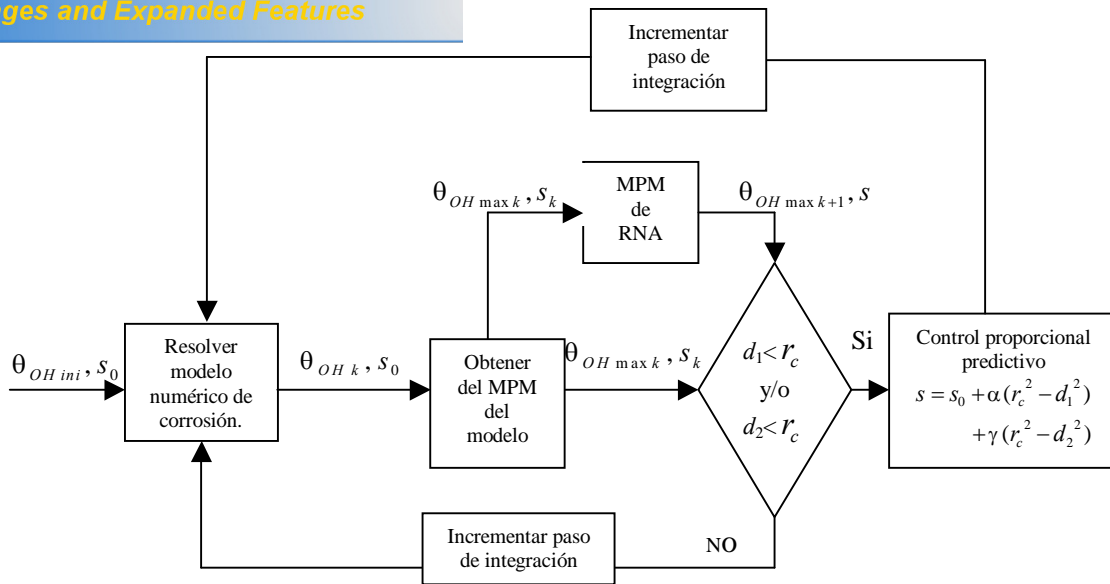


Figura 3.5. Diagrama de flujo del control proporcional retroalimentado-predictivo.

Para evaluar una posible convergencia del sistema hacia el periodo-3 mediante las predicciones del modelo RNA-FK, se realizan 3 estimaciones hacia adelante en el tiempo. Para la primera estimación se utiliza la red neuronal acoplada con el filtro de Kalman, para que la predicción del estado sea lo más precisa posible. Las últimas dos estimaciones sólo cuentan con la información de la red. Esto se debe a que el filtro utiliza valores del sistema al momento de corregir la estimación de la red, siendo solamente una predicción la que puede ser corregida utilizando el valor actual de MPM del sistema real.

La distancia de estas predicciones con respecto al punto de control se calcula para cada una de ellas:

$$d_1 = \left[\left(\theta_{OH \max k-1} - \hat{\theta}_{OH \max i-1, p3} \right)^2 + \left(\theta_{OH \max k} - \hat{\theta}_{OH \max i, p3} \right)^2 \right]^{0.5} \quad (3.26)$$

La perturbación del parámetro dependerá de la relación entre las distancias de los valores actuales y predichos con respecto al punto de control. Puede ocurrir cualquiera de los siguientes casos, en base a la Ecuación 3.18:

El parámetro s toma el valor nominal al no haber acción
el sistema, entonces:

$$s = s_0 + \alpha(r_c^2 - d_1^2) + \gamma(r_c^2 - d_2^2) \quad (3.27)$$

Caso 2: Si $d_1 \times r_c$ y $0 < d_2 < r_c$. Es necesario aplicar una acción preventiva para evitar que el sistema se estabilice y vuelva a obtener un comportamiento de periodo-3. Así:

$$s = s_0 + \alpha(r_c^2 - d_1^2) \quad (3.28)$$

Caso 3: Si $0 < d_1 < r_c$ y $d_2 \times r_c$. En este caso, la acción de control se reduce a un simple control proporcional retroalimentado, corrigiendo el estado actual.

Obtenemos entonces la siguiente perturbación:

$$s = s_0 + \gamma(r_c^2 - d_2^2) \quad (3.29)$$

Caso 4: Si $0 < d_1 < r_c$ y $0 < d_2 < r_c$ Es necesario aplicar una perturbación más fuerte para asegurar que los siguientes estados del sistema se mantengan en estado transiente al caos. En tal caso:

$$s = s_0 + \alpha(r_c^2 - d_1^2) + \gamma(r_c^2 - d_2^2) \quad (3.30)$$

Las magnitudes de los parámetros de control pueden ser iguales o diferentes, dependiendo de la respuesta del sistema con respecto a la acción de control. Estos parámetros son sintonizados experimentalmente según sea la eficacia del controlador.

Durante cada desestabilización, el valor del parámetro s es regresado a su valor nominal s_0 con el fin de no cambiar la dinámica del sistema.

METODOLOGÍA

En esta sección se describe el sistema electroquímico seleccionado así como el equipo utilizado en el experimento. Se describe además el uso del equipo experimental para un lazo abierto del controlador a fin de obtener los datos para el entrenamiento de la red neuronal y, posteriormente la adaptación del algoritmo de control a lazo cerrado.

4.1 Sistema electroquímico experimental

Se encuentran reportados distintos trabajos con sistemas electroquímicos que utilizan cobre [17,2,22], platino [20] y hierro [23,24] principalmente y que presentan distintos tipos de atractores.

El sistema seleccionado fue la electrodisolución potencioestática de un electrodo de cobre en ácido fosfórico. Este sistema electroquímico, descrito en la Figura 4.1, es conocido por mostrar una amplia variedad de comportamientos complejos cuando se varía el potencial [17].

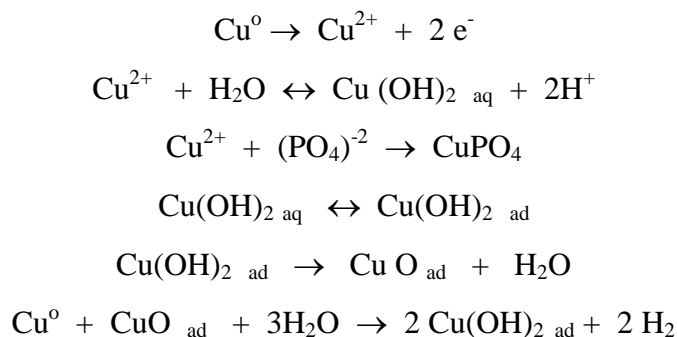
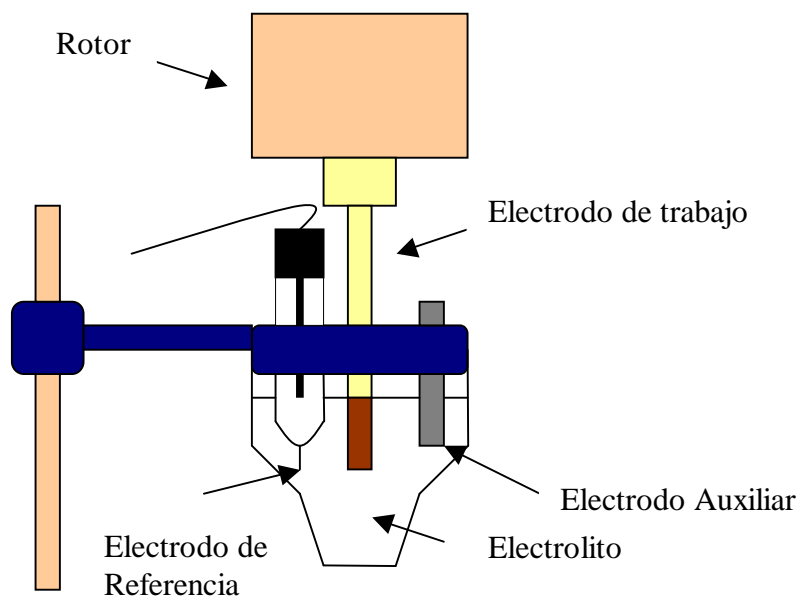


Tabla 4.1 Sistema de reacción experimental

El sistema experimental (Perkin Elmer model 616 RDE), mostrado en la Figura 4.1, consiste de un electrodo de disco rotatorio que contiene una barra de cobre de 5mm de

...ndo un cilindro de 1.2 cm de diámetro (ver Figura 4.1) con una área superficial de 10 cm² como electrodo auxiliar y un electrodo de referencia calomel saturado (SCE). La velocidad de rotación fue mantenida a 6000 rpm. Los tres electrodos son colocados en un frasco de 5 cuellos de 125 ml que contiene 100 ml de una solución al 85% de ácido fosfórico. Los electrodos son colocados equidistantes y sumergidos 5mm para el electrodo de cobre, 5mm para el electrodo calomel y 2.5cm el electrodo de platino de manera que este último tuvo una superficie sumergida de 5cm².



(a)



(b)

Figura 4.1 Sistema electroquímico experimental. (a) Sistema de rotación Perkin Elmer y celda electroquímica, (b) Electrodo de trabajo cobertura inerte.

en relación al electrodo de referencia calomel (SCE), cínico. Se utiliza un potenciostato (Princeton Applied Research model 263A) para regular el potencial del electrodo de trabajo con respecto al electrodo SCE y poder monitorear la corriente entre el ánodo y el cátodo. El potenciostato, controlado manualmente, es conectado a una computadora, haciendo uso de una tarjeta de adquisición para el monitoreo de datos (Figura 4.2).

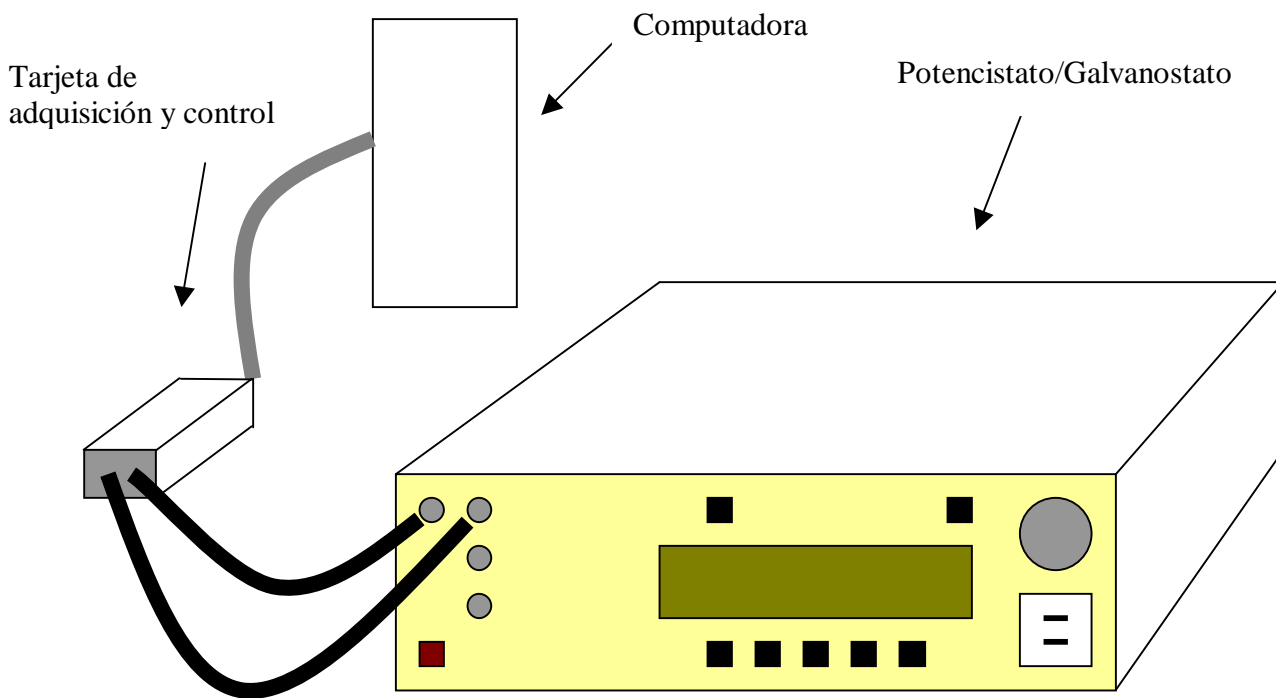


Figura 4.2. Sistema de adquisición y control del sistema experimental.

4.2 Entrenamiento de la red neuronal

La red neuronal es entrenada con datos obtenidos con el sistema experimental, haciendo un barrido en el potencial y midiendo la intensidad para encontrar el rango en el que se presenta el atractor caótico y el periodo-3 que es donde se desea trabajar. Con los datos de este rango se entrena a la red neuronal hasta obtener los parámetros de ésta utilizando como criterio de optimización la minimización de la siguiente función de error:

$$\sum_p (Min_{exp}^p - Min_{RNA}^p)^2$$

Donde la diferencia corresponde al error de la predicción de la red neuronal respecto a la respuesta del sistema experimental evaluada para el p-ésimo punto del conjunto de datos de entrenamiento.

4.3 Implementación del algoritmo de control al sistema experimental.

Una vez entrenada la red neuronal con datos experimentales de intensidad-voltaje, se determinará el valor del parámetro del control retroalimentado y el tamaño región de control haciendo uso de la red para simular al sistema experimental real.

Con la región de control y parámetro del control proporcional retroalimentado definidos se procederá a acoplar al algoritmo de control la corrección del filtro de Kalman y se aplicará en línea el control retroalimentado-predictivo.

Para la aplicación del algoritmo de anticontrol de caos en tiempo real es necesario crear el programa que servirá de interfase entre la tarjeta de adquisición y control y el algoritmo propuesto. Además deberá permitirme ver el efecto de variar los parámetros del controlador en línea.

Una vez en línea con el sistema experimental se determinarán los parámetros de Kalman que reduzcan el error en la predicción de la red neuronal y el parámetro del control predictivo.

El algoritmo de control del sistema no-lineal con los parámetros obtenidos para la RNA, el filtro de Kalman y el controlador, será aplicado al sistema experimental haciendo uso de una computadora con procesador intel Pentium 4 conectada a la tarjeta de adquisición y control que mandará los impulsos necesarios de voltaje al potencióstato que controla la celda electroquímica.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este apartado se muestra el análisis previo realizado para probar si la respuesta del algoritmo de Bernal [9], mantiene al sistema en el mismo tipo de atractor para el cual fue diseñado, a pesar de la existencia de arrastre con el tiempo de la variable manipulada. Posteriormente se describe el tipo de control aplicado y el conjunto de entrenamiento de la red neuronal. Se presenta además el ajuste de los parámetros de control retroalimentado y predictivo, así como los parámetros del filtro de Kalman. Y finalmente se muestran los resultados del sistema experimental al aplicarle el algoritmo de control para sistemas no-lineales y la discusión de los mismos.

5.1 Análisis del arrastre en el tiempo del parámetro de control en el algoritmo de control de sistemas no-lineales propuesto por Bernal (2006).

El algoritmo de control de sistemas no-lineales propuesto por Bernal (2006) maneja un parámetro de control que no es función del tiempo y sólo varía con la respuesta del controlador. En sistemas electroquímicos experimentales se presenta un fenómeno de arrastre sobre las variables del sistema de modo que el parámetro de control, en nuestro caso el potencial, tendrá una dependencia con el tiempo que no ha sido contemplada en el algoritmo propuesto.

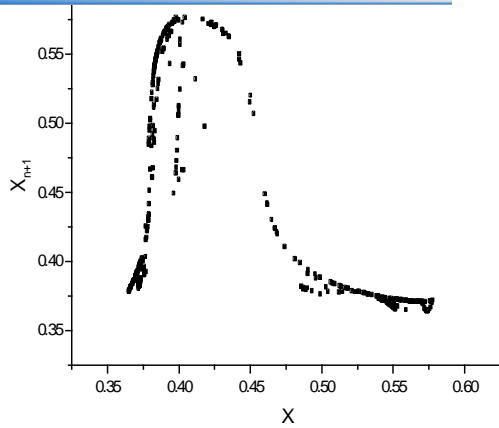
Los mecanismos de corrosión real suelen ser extremadamente complejos comparados con sistemas químicos homogéneos, no únicamente por los compuestos formados por el contacto del metal y el electrolito sino porque también se ven afectados por una serie de factores físicos como es la superficie, transporte, cuestiones ambientales. La presencia de

El lograr mantener controlados y constantes los parámetros del sistema experimental, como son temperatura y potencial, no será suficiente para lograr que la dinámica característica no se vea afectada con el transcurso del tiempo.

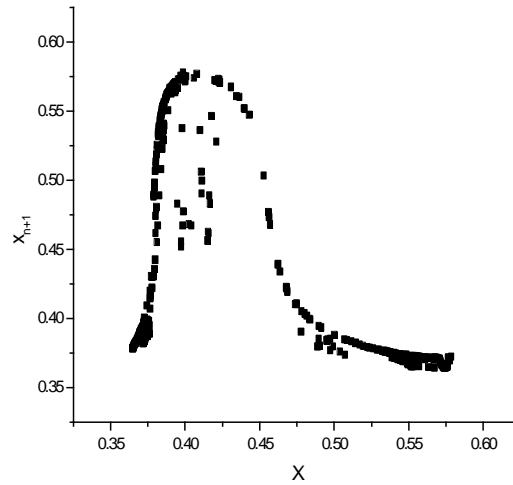
Se pensó que el algoritmo podría sin embargo corregir este error en la predicción de la red neuronal provocado por el arrastre, gracias al acoplamiento del filtro de Kalman que utiliza para la corrección de la predicción datos que se actualizan conforme avanza el experimento. De no ser cierta esta hipótesis sería necesario acoplar al algoritmo las condiciones necesarias para predecir este arrastre.

Para probar la robustez del algoritmo de Bernal [9] se modificó el mismo para tener el parámetro s_0 (parámetro de control) como una variable que aumentara con el tiempo desde un 15% hasta un 50% del rango en que se encontró un comportamiento caótico y de periodo-3 en 50 minutos de operación. Este rango del valor del parámetro s_0 de 9.60×10^{-5} a 10.2×10^{-5} fue de 6.0×10^{-6} . Se analizó la respuesta del algoritmo para valores del parámetro s_0 después de una 50 min de operación de: 10.3×10^{-5} correspondiente al 16.66%, 10.35×10^{-5} correspondiente al 25%, 10.37×10^{-5} correspondiente al 27% y 10.5×10^{-5} correspondiente al 50%.

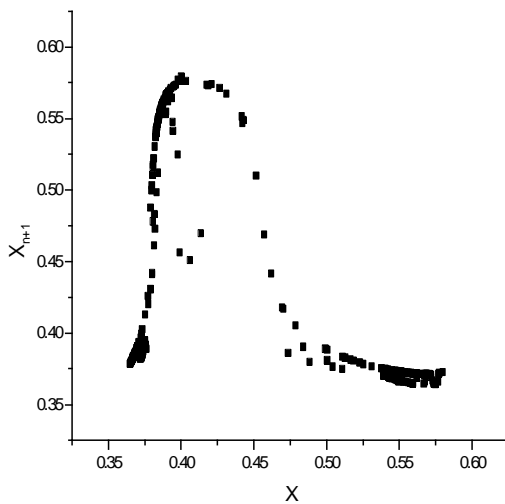
Como se observa en la Figura 5.1 (a), el algoritmo de control presenta un comportamiento similar al obtenido por Bernal para aumentos del parámetro de hasta un 41.6%. A partir de este valor, el tipo de atractor que se tiene cambia para 50 minutos de operación. En la figura 5.1 (d) se muestra el mapa de próximo máximo para el 58.3% de aumento del valor del parámetro s_0 que es otro tipo de atractor caótico.



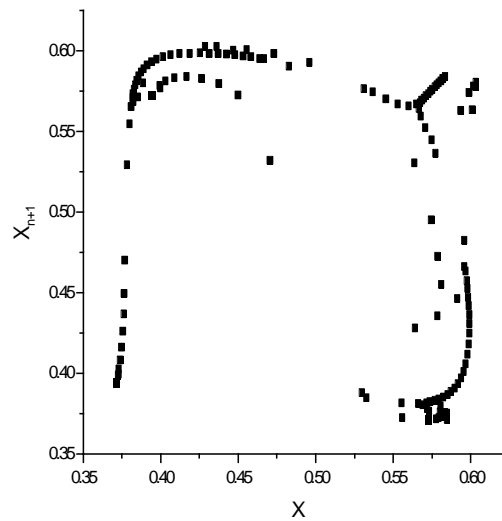
(a)



(b)



(c)

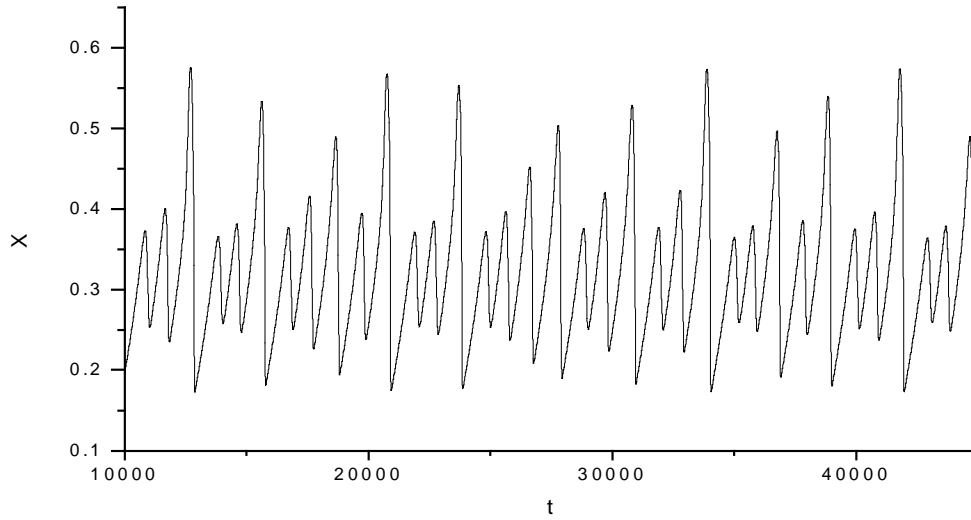


(d)

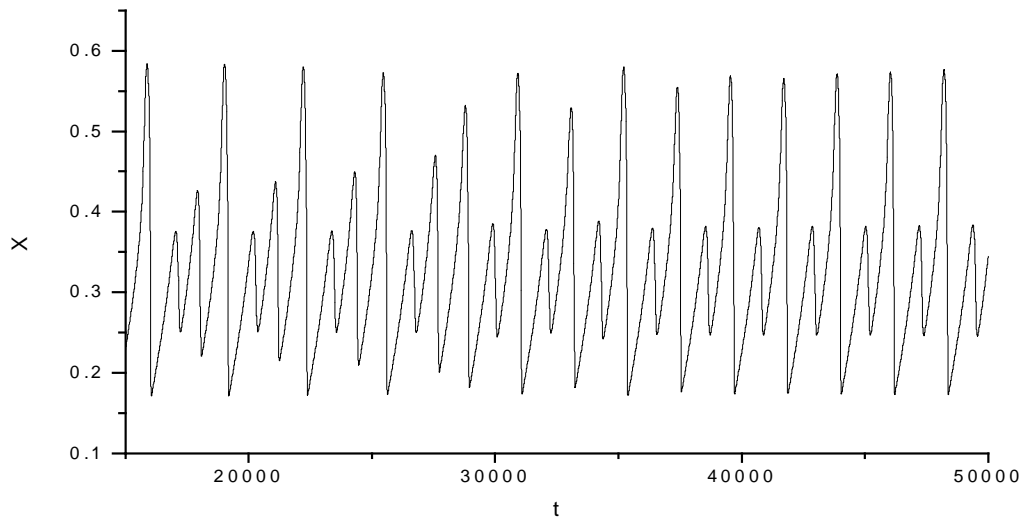
Figura 5.1 Mapa de próximo máximo para aumento en el tiempo del parámetro s_o de un (a) 27.5%, (b) 33.3%, (c) 41.6% y (d) 58.3% del valor del rango analizado por Bernal (2006).

En la figura 5.2 (a) se presenta la serie de tiempo de la variable de control, ω_{OH} , para el algoritmo con variación del parámetro de control en el tiempo de hasta un 33.3% para 35,000 iteraciones. Se mantiene el caos en este rango y se observó de igual forma para el

lo que se puede decir que el algoritmo de control



(a)



(b)

Figura 5.2. (a) Serie de tiempo con un aumento del parámetro s en el tiempo de un 33.3%,
(b) Serie de tiempo con un aumento del parámetro s en el tiempo de un 58.3%.

de control, ω_H , para el algoritmo con variación del ω_H hasta un 58.3% muestra un periodo-3 en las primeras 25,000 iteraciones, posteriormente un transiente y periodo dos. A lo largo del tiempo total de operación se observaron respuestas como ésta, con distintos tipos de periodos lo cual concuerda con el mapa de próximo máximo mostrado anteriormente y nos lleva a afirmar que el algoritmo deja de controlar al sistema para valores del parámetro s_0 mayores a un 58.3% ya que no mantuvo el caos como se pretende.

Ya que no se espera un aumento mayor al de 58.3%, en el tiempo de la aplicación del algoritmo de control, se decide utilizar este algoritmo tal y como está para controlar un sistema electroquímico experimental que presenta este tipo de atractor.

5.2 Método de control.

En la Tabla 5.1 se muestran los estados dinámicos encontrados con el sistema experimental, cobre en ácido fosfórico, para incrementos en voltaje. Después de hacer varias pruebas para encontrar la cascada de bifurcaciones en el sistema experimental utilizado, se observó, como lo muestra la Tabla 5.1, que dicha cascada se presenta en un rango de aproximadamente 50 mV. Se encontró además que el rango que presenta periodo3-caos-periodo3 es de aproximadamente 3mV. La zona para aplicar perturbaciones a nuestro parámetro de control V , sería entonces de 3mV.

Además se observó la presencia de arrastre en el tiempo de la variable a controlar (Intensidad de corriente, I) de nuestro sistema electroquímico. Se pueden esperar entonces variaciones en la ventana de comportamientos dinámicos, tanto por ruido experimental como por arrastre en el tiempo.

El potencióstato Perkin Elmer mod. 264 con que se cuenta, tiene una exactitud de voltaje de milésimas de volt. Mantener el sistema en una ventana de un milivolt sin poder realizar perturbaciones de un tamaño menor a un milivolt no sería posible.

e, mV	Estados dinámicos
564	P1
565-568	P2
569	P3
570	C
571	P3
572-581	P2
582-610	P1

Tabla 5.1 Estados dinámicos del sistema electroquímico cobre en ácido fosfórico.

Debido a lo anterior se decidió probar la desestabilización de órbitas periódicas de periodo 2 en las oscilaciones de relajación. Se realizó la desestabilización de dichas órbitas en el sistema experimental aplicando perturbaciones de entre 5 y 10mV. En la Figura 5.3 se muestra el efecto de aplicar una perturbación de -6mV, llevando al sistema de 638 a 632mV, una perturbación manual con duración de 4 segundos para volver a 638mV. El efecto que se observa en dicha figura es la perturbación de las órbitas periódicas llevándonos a un transiente caótico.

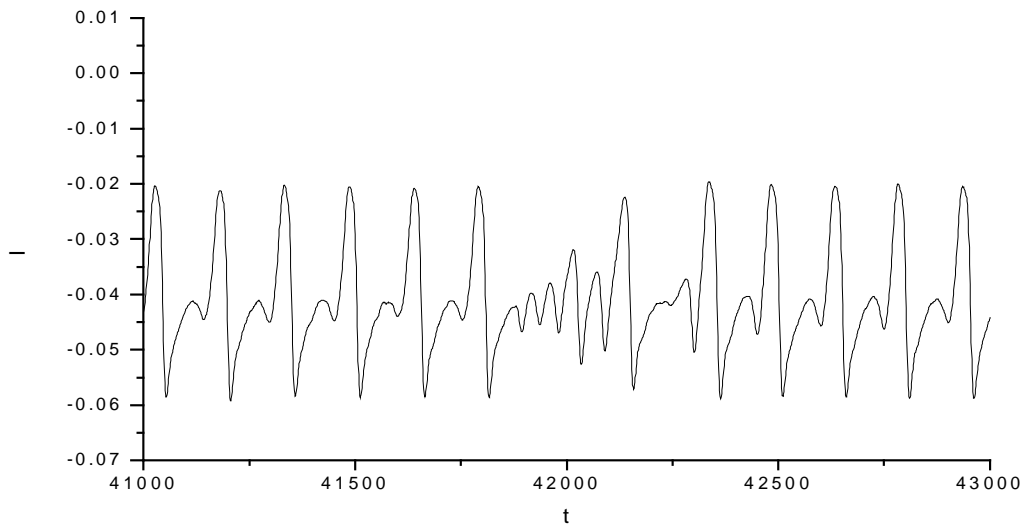


Figura 5.3 Aplicación de perturbación hacia atrás en 6mV sobre el sistema experimental a partir de oscilaciones de periodo 2.

6mV se muestra en la Figura 5.4, en la que se tuvo de 642 mV en 4 segundos para regresar a 636mV. La perturbación en este sentido funciona de igual forma, llevándonos de un periodo 2 a un trasiente caótico.

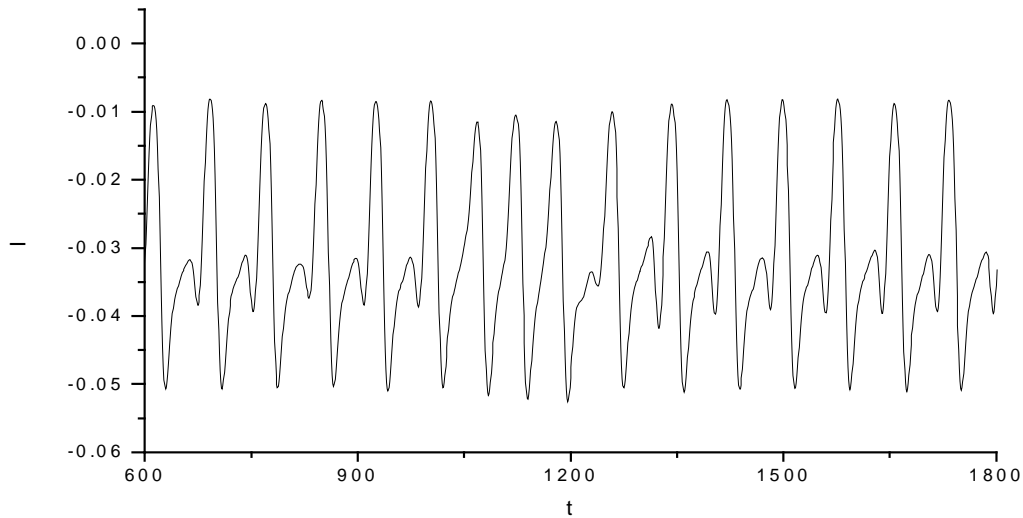


Figura 5.4 Aplicación de perturbación hacia delante en 6mV sobre el sistema experimental a partir de oscilaciones de periodo 2.

Para la aplicación de control será extraído el mapa de próximo mínimo de periodo 2 a un valor inicial fijo del parámetro de control (voltaje), gráficamente representado por dos puntos, en este caso se escoge el punto con el valor mayor para ser excluido mediante la definición de una región de control en torno a él.

5.3 Entrenamiento de red neuronal.

Para el entrenamiento de la red neuronal se realizó un barrido en el voltaje = (560-610mV), donde se registró la dinámica periódica mixta, con incrementos de 5 mV cada 20 segundos en el sistema experimental a -16°C y 6,000 rpm. Para cada incremento de 5mV se tomaron 1250 datos, haciendo un total de 13,750 datos y del cual se obtuvieron 279 mínimos para el entrenamiento de la red. En la figura 5.5 se muestra el diagrama de órbitas del conjunto de entrenamiento en el que se define, con algunos datos ruidosos, la cascada de bifurcaciones. Algunos datos ruidosos se observan a 560 mV, valor en el cual se espera observar solo un

Por el valor del parámetro la dinámica es de periodo-1. De igual manera se observan oscilaciones de periodo-2 y por tanto dos puntos en el diagrama de órbitas, en su lugar encontramos dos grupos de puntos que aunque es posible observar que se trata de un periodo-2 vemos que son datos con ruido experimental.

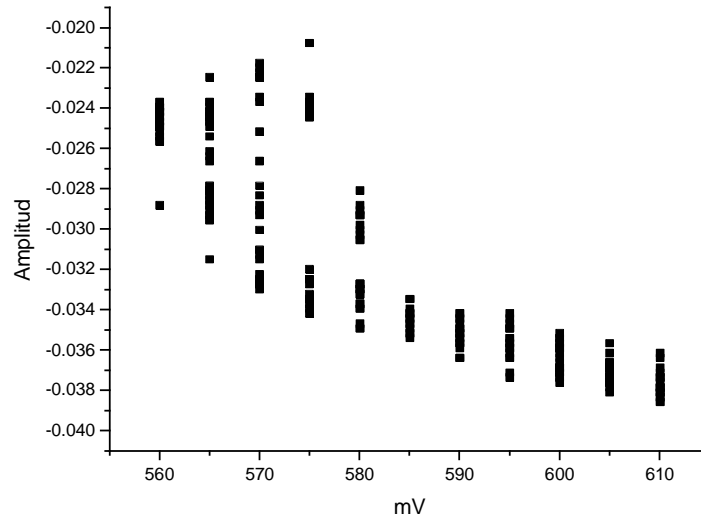


Figura 5.5 Diagrama de órbitas del conjunto de entrenamiento.

El entrenamiento de la red neuronal se realizó hasta un total de 50 ciclos de gradiente conjugado obteniéndose un error promedio en la predicción de la red de 7.3%. Podemos decir que error en la predicción de la RNA es pequeño ya que como se ha mencionado el error encontrado en la RNA entrenada por Louvier Hernández [8] a partir del modelo numérico de corrosión es de un 7%, aunado a que el error será reducido por el acoplamiento del filtro de Kalman. En la Figura 5.6 se muestra el diagrama de órbitas para la predicción de la red neuronal una vez entrenada.

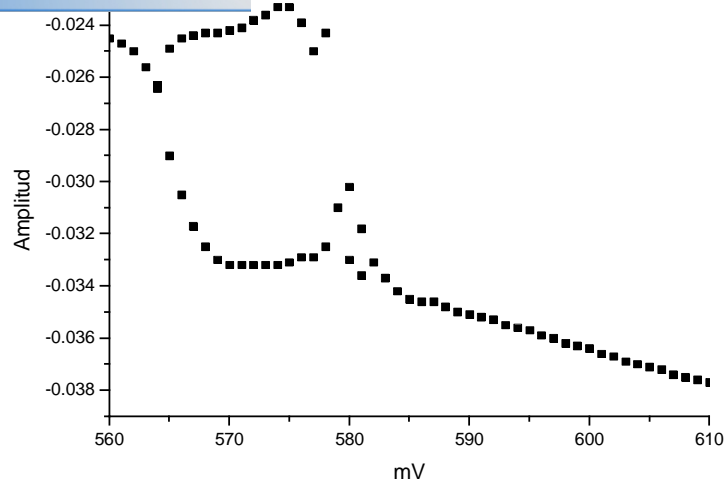


Figura 5.6 Diagrama de órbitas de la predicción de la red neuronal.

5.4 Análisis de los parámetros para el control retroalimentado.

Una vez entrenada la red neuronal que predice el comportamiento del sistema real cobre en ácido fosfórico, se realizó el ajuste del parámetro región y el parámetro gamma del control retroalimentado (ver ecuación 3.29). Para la búsqueda de estos parámetros se utilizó la red neuronal ya entrenada como sistema experimental y se le aplicó a ésta control retroalimentado para mil mínimos. Se encontró que los valores de los parámetros óptimos para llevar nuestro sistema experimental a caos con control retroalimentado son los siguientes:

$$\text{región} = 0.0016 \text{ y } \text{gamma} = 200$$

En la Figura 5.7 (a) se muestran estos resultados en un mapa de próximo mínimo del sistema controlado con el control retroalimentado y en la figura (b) se muestra la acción de control para mil mínimos.

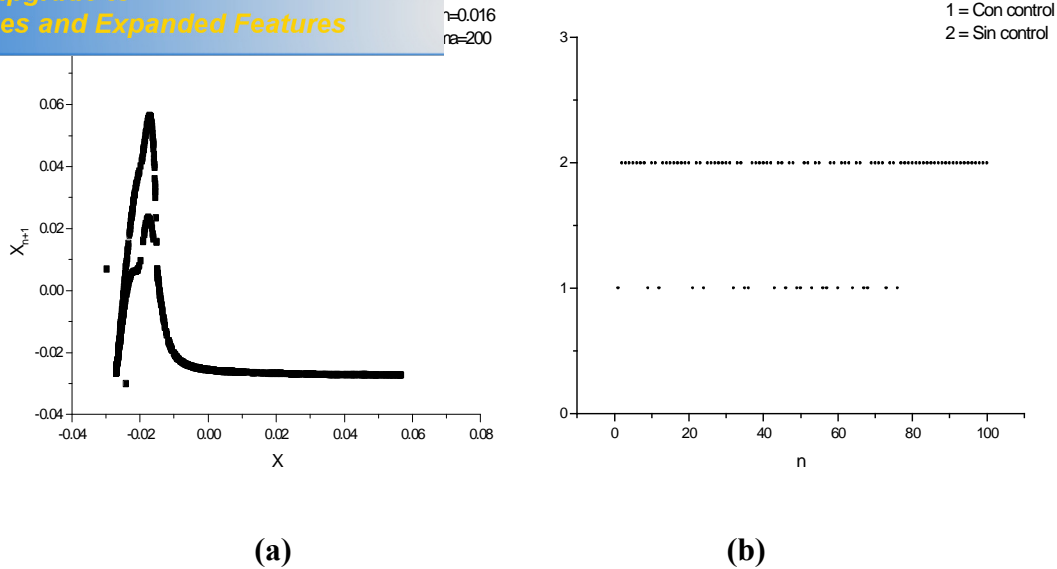


Figura 5.7 (a) Mapa de próximo mínimo aplicando control retroalimentado con un valor de región = 0.016 y gamma = 200, (b) En esta figura se muestra la acción de control para mil mínimos.

5.5 Aplicación del control en línea con el sistema experimental.

El sistema de control en línea se realiza haciendo uso de una tarjeta de adquisición y control de dos canales SUENTECH que se conecta al potencióstato y la computadora. Se realizó un programa en el simulador Lab-view que toma los datos adquiridos por la tarjeta en línea con el sistema experimental a través del canal A y manda señales de aumento de voltaje al potencióstato a través del canal B. El programa en Lab-view construye la serie de tiempo de intensidad de corriente y encuentra los mínimos que son necesarios para la construcción del mapa de próximo mínimo. Posteriormente es llamado el programa de control del cual se construyó una DLL (Dynamic link library). De este modo, una vez tomada una acción de control, la tarjeta envía la señal de incremento de voltaje necesario al potencióstato.

5.6 Resultados de la aplicación del control.

El sistema experimental se preparó a las condiciones antes establecidas en el capítulo 4 en las que se encontró el comportamiento deseado para aplicar el control. En la Figura 5.8 se muestra la serie de tiempo del sistema electroquímico experimental en las oscilaciones de periodo 2 sin aplicación de control encontradas a 570mV. Se construyó el diagrama de

datos que como puede verse en la Figura 5.9 está bien
 tantos como es de esperarse para la respuesta de periodo

2. Sin embargo, y como se mencionó antes, es de esperarse que en lugar de tener dos puntos se observen estos dos conjuntos de puntos debido al error experimental.

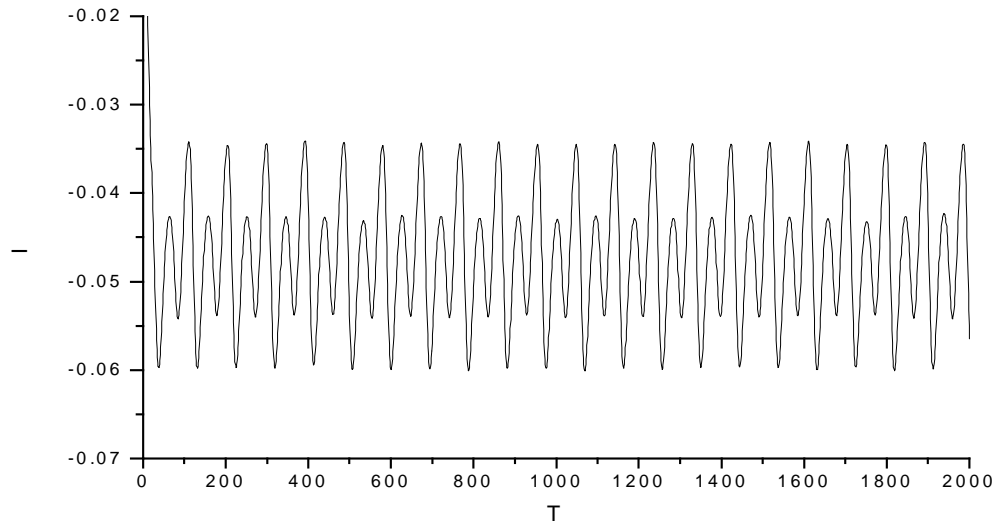


Figura 5.8 Serie de tiempo de oscilaciones de periodo 2 antes de iniciar la aplicación el control.

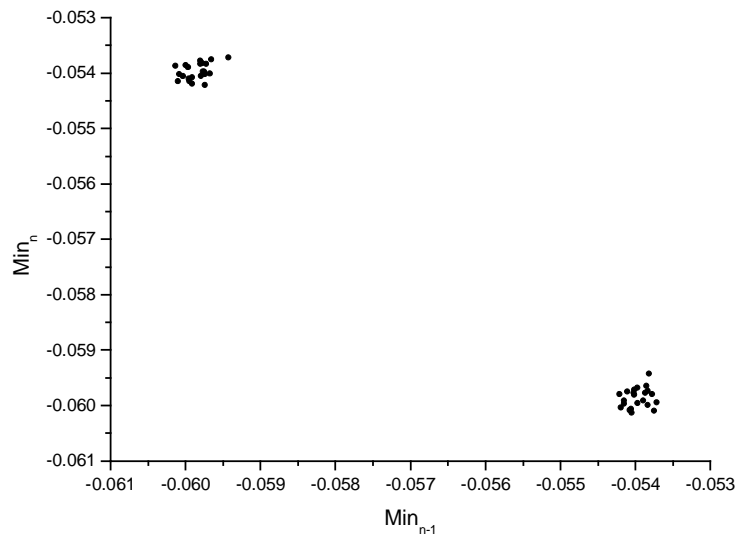


Figura 5.9. Mapa de próximo mínimo de la serie de tiempo antes de iniciar la aplicación del control.

El control retroalimentado y predictivo en línea al sistema de los parámetros que desestabilizan las oscilaciones de periodo 2 para promover caos. En la Figura 5.10 se muestra la serie de tiempo del sistema experimental al inicio de la aplicación del control retroalimentado y predictivo. Los parámetros del controlador fueron fijados en los siguientes valores:

$$= 200$$

$$= 100$$

$$\text{región} = 0.005$$

Con estos parámetros se logró desestabilizar el sistema de periodo 2 para promover el caos. Como se puede ver en la serie de tiempo de la Figura 5.10, para de los primeros 3000 datos de la variable a controlar (I) con la aplicación de control, el sistema es llevado a estado caótico.

En la Figura 5.11 se presenta el mapa de próximo mínimo de los primeros 50 mínimos una vez aplicado el algoritmo de control y podemos decir que la respuesta del sistema es aperiódica de manera que el algoritmo logra promover el caos. Se muestra la región de exclusión alrededor del punto de periodo-2 para un valor de región de 0.003, que fue la utilizada en el control, y se puede ver que en torno a este radio se ve la exclusión del periodo 2 pocos puntos dentro del área de control. Lo anterior, nos deja ver que aún falta definir de mejor manera el atractor caótico por lo que será necesario realizar una búsqueda minucioso de los parámetros óptimos del filtro de Kalman.

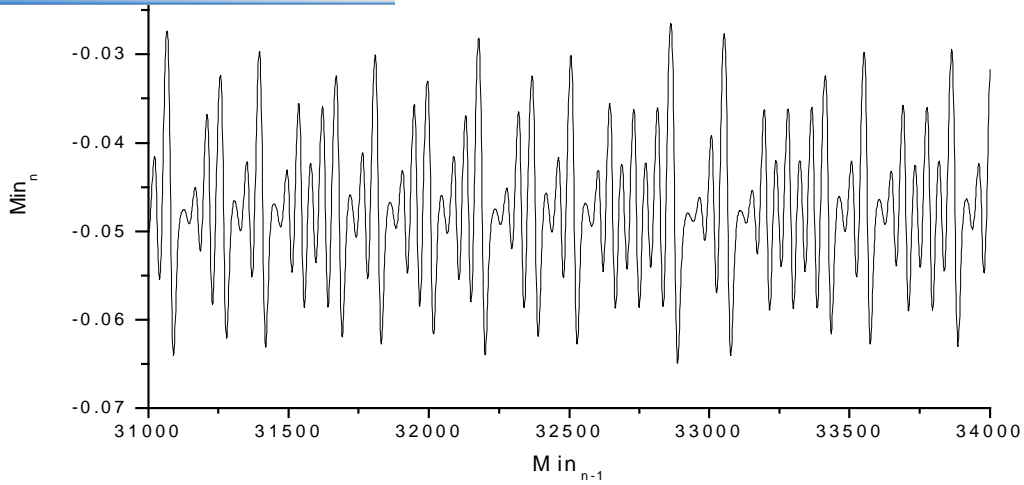


Figura 5.10. Serie de tiempo de los primeros 3000 datos al iniciar la aplicación del control al sistema experimental.

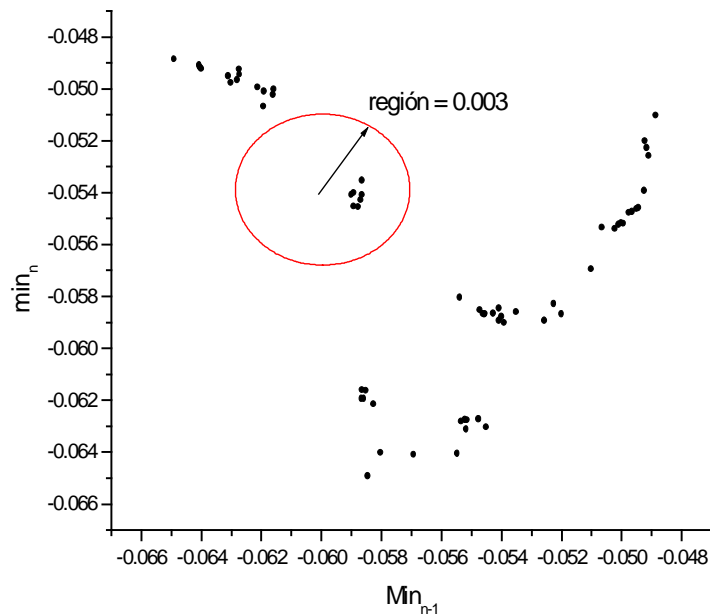


Figura 5.11. Mapa de próximo mínimo de los primeros 3000 datos al iniciar la aplicación del control al sistema experimental.

serie de tiempo de los últimos datos tomados con la y se puede observar que el efecto de arrastre en el tiempo no afecta la eficiencia del controlador. La implementación del filtro de Kalman para la corrección de la predicción de la red neuronal además es capaz de manejar el arrastre de manera que el control sigue funcionando. Esto se debe a que la corrección del filtro de Kalman es adaptativa de tal forma que se modifica el tipo de corrección para el valor actual.

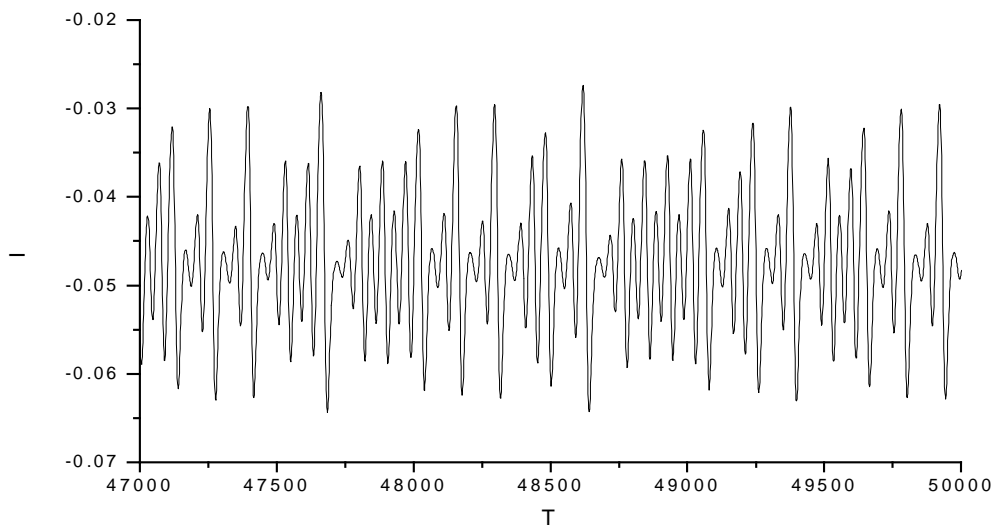


Figura 5.12. Serie de tiempo de los últimos 3000 datos de la aplicación del control al sistema experimental.

En la Figura 5.13 se presenta el mapa de próximo mínimo de los últimos 50 mínimos de la aplicación del algoritmo de control y podemos decir que la acción de control no se ve afectada por el efecto de arrastre con el tiempo de la variable a controlar ya que no se observa una diferencia importante entre este mapa y el construido con los primeros 50 mínimos en la Figura 5.11. Lo anterior se confirma si observamos la región de control, de radio 0.003 marcado en el círculo rojo, en la que podemos ver una muy ligera mayor cantidad de puntos no excluidos por el algoritmo de control, comparado con la cantidad de puntos encontrados en la zona de control de la Figura 5.11 para los primeros datos controlados.

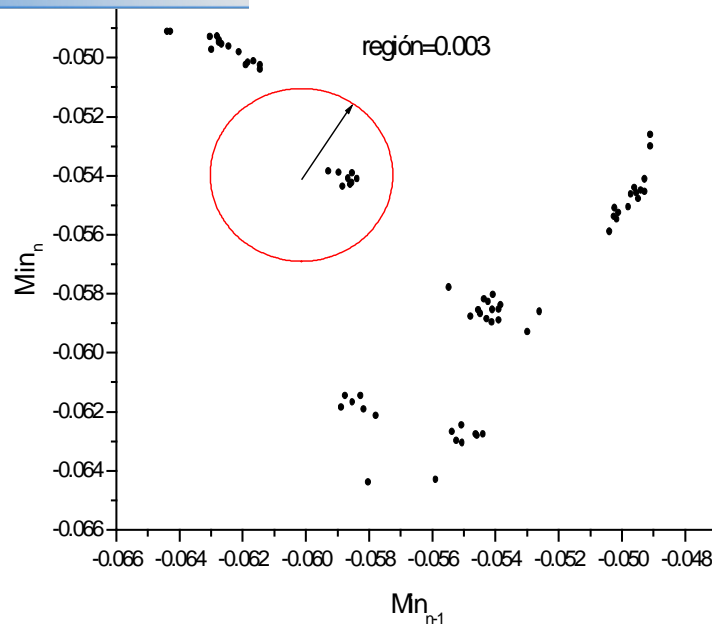


Figura 5.13. Mapa de próximo mínimo de los últimos 3000 datos de la aplicación del control al sistema experimental.

Si comparamos más detenidamente los mapas de próximo mínimo obtenidos con la aplicación del algoritmo de control, podemos observar que la dispersión de los datos en el de la Figura 5.11 nos demuestra la existencia de caos, mientras que la dispersión del mapa para los últimos datos controlados (Figura 5.13) nos muestra zonas de puntos que nos llevan a pensar que existe una alta periodicidad que podría considerarse caos. Es decir, el algoritmo realiza la promoción de caos aún con la presencia de arrastre en el tiempo de la variable a controlar.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los mapas de próximo mínimo nos dejaron ver que es posible promover caos en un sistema electroquímico en tiempo real mediante la aplicación de éste algoritmo de anticontrol de caos. La presencia de ruido externo y arrastre en el tiempo de la variable del sistema a controlar no afectaron la eficiencia del controlador de manera importante.

El tipo de atractor caótico que se esperaba obtener con la aplicación del algoritmo de control, no fue la encontrada, esto puede deberse a que es necesario encontrar los valores óptimos de los parámetros del filtro de Kalman de modo que la predicción de la red neuronal corregida con el filtro sea más precisa. Aún sin encontrar el atractor caótico esperado se demostró que el filtro de Kalman es capaz de atacar el problema de error en la predicción de la red neuronal ante arrastre en el tiempo, acercándose al comportamiento real, de manera que no se ve limitada la aplicación del algoritmo de control para errores en la lectura de datos experimentales con arrastre.

Algunas de las recomendaciones para trabajos futuros en torno al presente se enlistan a continuación:

- Se hace necesario realizar un análisis minucioso de los parámetros del filtro de Kalman de modo tal que la predicción de la red neuronal artificial sea lo más precisa posible.
- La eficiencia en la predicción del modelo red neuronal acoplado al filtro de Kalman para un sistema experimental en línea nos permite pensar en la posibilidad de

on de bifurcaciones en línea a pesar de que el sistema
y ruido. [28]

- Actualmente se han realizado estudios en los que se plantea la inducción de orden a través de ruido, es decir, generar fluctuaciones estocásticas en un parámetro de control para inducir una dinámica regular. Este fenómeno conocido como Resonancia Coherente, puede ser utilizado para aplicarlo a un sistema electroquímico experimental que además presente arrastre en tiempo real. [29]

REFERENCIAS

- [1] S. H. Strogatz, *Nonlinear dynamics and chaos*. Primera edición. Ed. Perseus. 1994. E.U.
 - [2] P. Parmananda, P. Sherard y R. W. Rollins. (1993). *Control of chaos in an electrochemical cell*. *Physical Review E, Rapid Communication*, Vol. 47, No.5. R3003-R3006, Mayo.
 - [3] I. Z. Kiss y V. Gáspar, L. Nyikkos, P. Parmananda. (1997). *Controlling Electrochemical Chaos in the Copper-Phosphoric Acid System*. *J. Phys. Chem. A*, 101, 8668-8674.
 - [4] W. L. Ditto & L. M. Pecora (1993). *Mastering chaos*, *Scientific American*.
 - [5] Ditto W. L., Rauseo, S. L., Spano M. L. (1990). *Experimental Control of Chaos*, *Physical Review Letters*, Vol. 65, No. 26, 3211-3214.
 - [6] Ott, F., Grebogi, C., Yorke, J. A. (1990). *Controlling chaos*. *Physical Review Letters*, Vol. 64, No. 11, 1196-1199, Marzo.
 - [7] Rivera-Islas, M. A. *Sistemas dinámicos sujetos a forzamiento*. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma del Estado de Morelos. Enero, 2004.
 - [8] Louvier-Hernández, J. F. *Control del caos con redes neuronales*. Tesis de Maestría. Instituto Tecnológico de Celaya, Gto., México. Octubre, 2000.
 - [9] Bernal-Osorio, A. *Anticontrol del caos en un sistema electroquímico*. Tesis de Maestría. Instituto Tecnológico de Celaya, Gto., México. Marzo, 2006.
 - [10] Lorenz, E. N. (1963). *Deterministic non-periodic flow*". *Journal of Atmospheric Sciences*, 20, 130-41
 - [11] Solé, Ricard V., Manrubia, Susana C. *Orden y caos en sistemas complejos. Fundamentos*. Ediciones UPC. España. 2001.
-

- Madrigal, L. Nyikos, I.Z. Kiss, y V. Gàspar., (1998),
rolò, Physics Review E, Num. 54, R1036-R1039,
Agosto.
- [13] Li, T., y Yorke, J. (1975). òPeriod three implies chaosö. *American Mathematical Monthly*, 82, 985-92.
- [14] González-García, Raúl. òCaracterización de sistemas no lineales mediante redes neuronales: Un caso de estudio de reacciones electroquímicasö Tesis de Maestría. Instituto Tecnológico de Celaya, Gto., México. Noviembre, 1996.
- [15] Visarath In, S. E. Mahan, W. L. Ditto, and M. L. Spano (1995). òExperimental Maintenance of Chaosö, *Physical Review Letters*, Vol. 74, No. 22, 4420-4423, Mayo.
- [16] J. M. McCoy, P. Parmananda, R. W. Rollins y Markworth. (1993). òChaotic dynamics in a model of metal passivationö *J. Mater. Res.* 8, 1858.
- [17] R. Rico-Martínez, K. Krischer and I.G. Kevrekidis, (1992). òDiscrete vs continuous time nonlinear signal processing of Cu eletrodissolution dataö, *Chem. Eng. Comm.*, Vol. 118, pp. 25-48.
- [18] R. Rico-Martínez. *Redes neuronales e identificación de procesos*. Seminario Anual. Depto. Ingeniería Química. Instituto Tecnológico de Celaya. Enero 1998.
- [19] G. Bishop y G. Welch (2001) òAn introduction to the Kalman filterö. Course 8. SIGGRAPH 2001, Los Angeles, California, E.U.A. Agosto 12-17, 2001.
- [20] R. Gonzalez-García, R. Rico-Martínez, W. Wolf, M. Lubke y M. Eiswirth, (1998). òCaracterización de sistemas no-lineales mediante redes neuronalesö, *Ingeniería Química*, Núm. 345, pp 173-182.
- 21] V. Guintara, Puskorius and L. A. Feldkamp, (1994). òNeurocontrol of Nonlinear dynamical systems with Kalman Filter trained recurrent networksö, *IEEE Transactions on neural networks*, Vol. 5, No. 2, pp 279-297.
- [22] P. Parmananda, M. Rivera and R. Madrigal, (1998). òAltering oscillatory dynamics o fan electrochemical system using external forcingö, *Electrochemical Acte*, noviembre, Vol.44, pp. 4677-4683.
- [23] G. J. Escalera, J. Escalona and P. Paramananda, (2006). òRegulating noise-induced spiking using feedbackö, *Physical Review E*, Num. 73, pp. 042102-1,042102-4.

-
- M. Eiswirth and P. Paramananda, (2004). "Effects of bifurcation in an electrochemical system", *Physical Review E*, Num. 70, pp. 021103-1,021103-6.
- [25] Zheng-Ming Ge y An-Ray Zhang (2007). "Anticontrol of chaos of the fractional order modified van der Pol systems", *Applied Mathematics and Computation*, 187, 1161-1172.
- [26] S. Ye y K. T. Chau (2007). "Chaoization of DC Motors for industrial Mixing", *IEEE Transactions on industrial electronics*, Vol. 54, No. 4, pp.2024-2032.
- [27] Wu Zheng-Mao, Lu Jun-Guo y Xie Jian-Ying (2007), "Chaotifying a stable linear controllable system by single input state feedback", *Chinese Physics*, Vol. 16, No. 5, pp. 1258-1262
- [28] C. González-Figueroa. "Identificación en línea de bifurcaciones en sistemas dinámicos", Tesis Doctoral, Instituto Tecnológico de Celaya, Gto., México, Enero, 2007
- [29] G. J. Escalera-Santos. "Interacción de ruido con dinámica excitable", Tesis doctoral, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Cuernavaca, Morelos, Octubre, 2006.
- [30] J. F. Louvier-Hernández, R. Rico-Martínez y P. Parmananda (2001), "Maintenance of transient chaos using a neural-network assisted feedback control", *Physical Review E*, Vol.65, 016203, 1-7.
-